



TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

TEEMU TIAINEN
PYÖREÄN TERÄKSISEN KATTOKEHÄN OPTIMOINTI
PARVEILUALGORITMILLA

Diplomityö

Tarkastaja: Markku Heinisuo
Tarkastaja: Juhani Koski
Tarkastajat ja aihe hyväksytty
Rakennetun ympäristön tiedekunnan
tiedekuntaneuvoston
kokouksessa 11.1.2012

TIIVISTELMÄ

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

rakennustekniikan koulutusohjelma

TEEMU TIAINEN: Teräksisen kattokehän optimointi parveilualgoritmillä

Diplomityö, 62 sivua, 1 liitesivu

Kesäkuu 2013

Tarkastajat: Markku Heinisuo, Juhani Koski

Avainsanat: optimointi, kattokehä, teräsrakenne

Tämän työn tavoitteena on tutkia pyöreän teräksisen valmisprofileista valmistetun kattorakenteen rungon optimointia siten, että tuoreimpien eurooppalaisten teräsrakennesuunnittelustandardien vaatimukset rakenteiden lujuuden ja stabiilisuuden osalta tulevat täytetyiksi lukuunottamatta maanjäristysmitoitusta. Myöskään standardin edellyttämää rakenteen paloturvallisuutta ei tutkita.

Optimointia silmällä pitäen on laadittu tietokoneohjelma, joka laskelmin tarkastaa kunkin rakenne-ehdokkaan vaatimustenmukaisuuden ja laskee sen massan. Tätä koodia hyödyntäen parveilualgoritmia käyttävä optimointikoodi pyrkii löytämään mahdollisimman keveitä rakennevaihtoehtoja.

Kattorakenteen optimoinnin tutkimiseksi laadittiin ja ratkaistiin 18 erilaista optimointitehtävää erilaisin muuttuja- ja rajoitusehtoalinnoin ja lisäksi neljä tehtävää, joissa tutkittiin rakenteen koon ja ulkoisten kuormien kasvattamisen ja pienentämisen vaikutusta. Parveilualgoritmi osoittautui käyttökelpoiseksi kehärakenteen optimointiongelmahan ja matemaattisen optimoinnin avulla rakennetta saatiin kevennettyä. Eri ongelmien tuloksia tarkastelemalla tehtiin mielenkiintoisia havaintoja liittyen pyöreän teräksisen kattorakenteen suunnitteluongelmaan.

ABSTRACT

TAMPERE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Master's Degree Programme in Civil Engineering

TEEMU TIAINEN: Optimization of Circular Steel Roof Frame Using Particle Swarm Algorithm

Master of Science Thesis, 62 pages, 1 Appendix page

June 2013

Examiner: Markku Heinisuo, Juhani Koski

Keywords: optimization, roof frame, steel structure

This thesis deals with optimization of a steel structured roof frame of a circular silo. The main goal was to find a computer based optimization tool to optimize such structures. The objective function dealt here is the weight of the steel members in the structure. Constraints for stability and strength are derived from the requirements of European building code, Eurocode. The strength of each member is checked and the stability of the whole structure is examined except the earthquake case. The fire resistance check is not performed.

The main optimization method used is the particle swarm optimization and the needed structural analysis is done with the finite element method. Problems include both discrete and continuous variables. The variables are the beam size and type, some geometrical measures of the frame and the fixity factor of a joint of the frame. Also different topologies are examined.

In the numerical examples, the loads used are the wind and snow loads proposed by Eurocode. The resulting optimal structures exhibit interesting phenomena when considering different problems. The Particle Swarm Optimization seems to work well in both non-linear and non-convex optimization problem of a steel frame.

ALKUSANAT

Tämä diplomityö sai alkunsa kesästä 2008 kesään 2009 kestäneestä tutkimusprojektista. Sen pohjalta jatkoin tutkimusta syksyllä 2009 Tampereen Teknillisen Yliopiston Konstruktitekniikan laitoksella ja keväällä 2010 kirjoitin tutkimukseen perustuen diplomityön, jonka viimeistelin keväällä 2013.

Haluan kiittää koko laitoksen henkilöstöä mukavasta työilmapiiristä ja mielenkiinnosta työtäni kohtaan. Erityiskiitoksen ansaitsee tekniikan tohtori *Jussi Jalakainen* lukuisista mielenkiintoisista keskusteluista, monista neuvoistaan ja ennen kaikkea ohjelmakoodistaan ja piirtämistään kuvista, joita hän antoi käyttööni. Toinen erityismaininta kuuluu työn tarkastajille *professori Juhani Koskelle* ja *professori Markku Heinisuoille*.

SISÄLLYS

1. Johdanto	1
1.1 Taustaa	1
1.2 Työn tavoitteet ja raja	6
2. Kehärakenteen kestävyden ja stabiilisuuden laskenta	7
2.1 Lineaarinen staattinen siirtymäanalyysi	7
2.2 Lineaarinen stabiilisuusteoria	7
2.3 Kahdentoista vapausasteen joustavasti tuettu avaruuspalkkielementti	8
2.3.1 Muotofunktiot ja jäykkyysmatriisi	8
2.3.2 Geometrinen jäykkyysmatriisi	15
2.3.3 Ekvivalentit solmukuormitukset	17
2.3.4 Kiinnittyneisyysaste	18
2.4 Suunnittelustandardien vaatimukset	18
2.4.1 Merkkisopimus	19
2.4.2 Poikkileikkausluokat	19
2.4.3 Leikkausvoimakkestävyys ja leikkausvoiman huomioonottaminen	21
2.4.4 Nurjahdus ja kiepahdus	22
2.4.5 Globaali stabiilisuus ja geometrinen epälineaarisuus	24
2.4.6 Liitokset	24
2.4.7 Kehärakenteen palkkien yhteisvaikutusehdot	25
2.5 Kuormitukset	25
2.5.1 Tuulikuorma	25
2.5.2 Lumikuorma	26
3. Optimointimenetelmä	27
3.1 Menetelmän valinta	27
3.2 Parveilualgoritmi	27
4. Optimointiongelma	31
4.1 Kohdefunktio	31
4.2 Rajoitusehdot	32
4.3 Suunnittelumuuttujat	33
4.4 Tehtävän muotoilu	33
5. Laskentaesimerkki	34
5.1 Rakenne	34
5.2 Laskentamalli ja rakenneanalyysi	36
5.3 Rakenteen kuormitus	38
5.3.1 Lumikuorma	38
5.3.2 Tuulikuorma	39
5.3.3 Muut kuormat	40

5.4	Optimoinnin eri tapaukset ja tehtävämuotoilut	41
5.5	Tulokset	43
5.5.1	Muuttujavalintojen vaikutus tuloksiin	44
5.5.2	Tulosten laadun arvioiminen	49
5.5.3	Herkkyystarkasteluja	51
5.6	Laskelmiin kulunut aika	53
6.	Kehitystarpeita ja -ehdotuksia	55
6.1	Topologian optimointi	55
6.2	Alapuolisen rakenteen huomioon ottaminen ja momentti	55
6.3	Kohdefunktiovalinta	55
6.4	Mallinnusohjelmien hyödyntäminen	56
6.5	Yleiskäyttöisyyden lisääminen	56
6.6	Monitavoiteformulointi	57
6.7	Liitokset	57
7.	Yhteenveto ja päätelmät	58
	Lähteet	60
	Liite 1	63

TERMIT JA SYMBOLIT

Latinalaiset aakkoset:

A	Poikkipinta-ala
A_w	Uuman poikkipinta-ala
b	Poikkileikkauksen leveys
c_1, c_2	Skaalausparametri
$c_{p,net}$	Nettopainekerroin
$c_s c_d$	Rakennekerroin
C_e	Tuulensuojaisuuskerroin
C_t	Lämpökerroin
E	Kimmokerroin
f_{ijk}	Kohdefunktion arvo
\widehat{f}_{ijk}	Suhteellinen kohdefunktion arvo
$f_{k,paras}$	Paras tapauksessa k löydetty kohdefunktion arvo
f_y	Myötöraja
\mathbf{f}	Tilavuusvoimavektori
F_{cr}	Kriittinen kuormitus
F_{Ed}	Mitoituskuormitus
\mathbf{F}	Solmuvoimavektori
G	Liukukerroin
g	Rajoitusehtofunktio
\mathbf{g}_y	Lyhennys
h	poikkileikkauksen korkeus
i_y	Neliösäde akselin y suhteen
i_z	Neliösäde akselin z suhteen
I, I_y, I_z	Neliömomentti
I_v	Vääntöneliömomentti
$k, k_1^y, k_2^y, k_1^z, k_2^z$	Rotaatiojäykkyys
k_{ij}	Yhteisvaikutustekijä
k^{max}	Kierrosten määrä
\bar{k}^{max}	Kierrosten määrän yläraja
\mathbf{k}, \mathbf{k}^e	Elementin jäykkyysmatriisi
$\mathbf{k}_g, \mathbf{k}_g^e, \mathbf{k}_g^z$	Elementin geometrinen jäykkyysmatriisi
$\mathbf{k}_0^z, \mathbf{k}_1^z, \mathbf{k}_2^z$	Elementin jäykkyysmatriisin osa
$\mathbf{k}_{g0}^z, \mathbf{k}_{g1}^z, \mathbf{k}_{g2}^z$	Elementin geometrinen jäykkyysmatriisin osa
\mathbf{k}^n	Aksiaalivapausasteisiin liittyvä elementin jäykkyysmatriisi
\mathbf{k}^t	Vääntövapausasteisiin liittyvä elementin jäykkyysmatriisi

K	Mitoitusfunktion arvo
\mathbf{K}	Rakenteen jäykkyysmatriisi
\mathbf{K}_G	Rakenteen geometrinen jäykkyysmatriisi
\mathbf{K}_T	Rakenteen tangenttijäykkyysmatriisi
L	Palkin pituus
L_{cy}, L_{cz}	Nurjahduspituus
M, M^z, M^y	Taivutusmomentti
$M_{y,Ed}, M_{z,Ed}$	Taivutusmomentin mitoitusarvo
$M_{y,Rd}, M_{z,Rd}$	Taivutusmomenttikestävyyden mitoitusarvo
M_v	Vääntömomentti
n_e	Elementtien lukumäärä
n_j	Parven jäsenten lukumäärä
n_{lc}	Kuormitustapausten lukumäärä
N_{Ed}	Mitoitusnormaalivoima
$N_i, \tilde{N}_i, \hat{N}_i$	Muotofunktio
q_p	Nopeuspaine
$q_{w,k}$	Tuulen aiheuttama kokonaispaine
p	Jakautunut viivakuormitus
\mathbf{p}	Pintavoima, parven jäsenen paikkavektori
Q, Q_y, Q_z	Leikkausvoima
q, q_1, q_2	Jakautuneen viivakuormituksen solmuarvo
\mathbf{q}	Solmusiirtymävektori, ominaisvektori
$\tilde{\mathbf{q}}_z$	Lyhennysmerkintä
r_1, r_2	Satunnaisluku
s	Lumikuorman ominaisarvo
s_k	Maanpinnan lumikuorman ominaisarvo
$\mathbf{S}, \mathbf{S}_y, \mathbf{S}_z$	Matriisi
t	Ainepaksuus
t_f	Laipan paksuus
t_e	Yksittäiseen evaluointiin kuluva aika
t_w	Uuman paksuus
T_{Ed}	Mitoitusvääntömomentti
$T_{pl,Rd}$	Plastinen vääntömomenttikestävyys
\bar{U}	Elementin kimmoenergia
\bar{U}_1	Palkin kimmoenergia
\bar{U}_2	Rotaatiojousten kimmoenergia
v_y	Taipuma
\mathbf{v}	Nopeus
V_{Ed}	Leikkausvoiman mitoitusarvo

$V_{pl,Rd}$	Plastisen leikkauskestävyyden mitoitusarvo
w	Inertia
W_y, W_z	Taivutusvastus
$W_{y,pl}, W_{z,pl}$	Plastinen taivutusvastus
\mathbf{x}	Paikkavektori

Kreikkalaiset aakkoset:

α	Kiinnittyneisyysaste, kerroin, epätarkkuustekijä
α_k	Katon kaltevuus
α_{crit}	Kriittinen kuormituskerroin
α_{lim}	Kriittisen kuormakertoimen raja-arvo
β_j^i	Rotaatio
Δ_y, Δ_z	Lyhennys
γ_g	Pysyvän kuorman osavarmuuskerroin
γ_k	Muuttuvan kuorman osavarmuuskerroin
γ_{M0}, γ_{M1}	Kestävyyden osavarmuuskerroin
$\gamma_1^y, \gamma_2^y, \gamma_1^z, \gamma_2^z$	Lyhennys
$\chi_y, \chi_z, \chi_{LT}$	Pienennyskerroin
ϕ_j^i	Rotaatio
$\phi_y, \phi_z, \phi_{LT}$	Apusuure
Φ_0	Muuttuvan kuorman yhdistelykerroin
Φ_1	Muuttuvan kuorman tavallisen arvon yhdistelykerroin
Φ_2	Muuttuvan kuorman pitkäaikaisarvon yhdistelykerroin
λ	Kriittinen kuormituskerroin
$\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z, \bar{\lambda}_{LT}$	Muunnettu hoikkuus
μ	Kuormituskerroin
μ_i	Lumikuorman muotokerroin
ρ	Tiheys, kerroin
θ_1^z, θ_2, z	Rotaatio

Lyhennykset:

BIM	<i>Building information model</i> , rakennuksen tietomalli
CHS	<i>Circular hollow section</i> , ympyräputkipoikkileikkaus

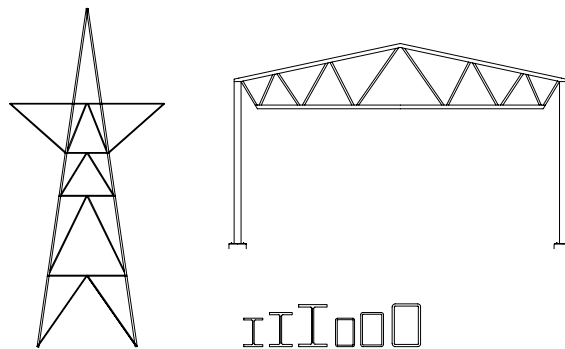
FEM	<i>Finite element method</i> , elementtimenetelmä
PSO	<i>Particle swarm optimization</i> , parveilualgoritmi
RHS	<i>Rectangular hollow section</i> , suorakaideputkipoikkileikkaus
SHS	<i>Square hollow section</i> , neliöputkipoikkileikkaus

Tässä työssä matriisit ja vektorit on lihavoitu.

1. JOHDANTO

1.1 Taustaa

Teräksiset valmisprofiileista valmistetut ristikot ja kehät muodostavat nykyään hyvin monen rakennuksen tai sen osan rungon. Etenkin teollisuus- ja toimistorakentamisessa teräs on suosittu runkomateriaali. Usein käytössä on hyvän saatavuuden takia valmisprofiileja, joita on tarjolla esimerkiksi avoimina I-profiileina ja suljettuihin pyöreinä putkina (CHS), neliöputkina (SHS) ja suorakaiteen muotoisina putkina (RHS), joita kaikkia on laajahko valikoima erilaisiin tarpeisiin. Kuvassa 1.1 nähdään kaksi yleistä sovelluskohdetta: voimalinjan kannatintorni ja ristikkorakenteisen hallin kehä sekä profiilien poikkileikkauksia.



Kuva 1.1: Teräksisiä valmisprofiileita on kattava valikoima ja niistä valmistetaan monenlaisia kantavia rakenteita

Ensin rautaa ja sittemmin terästä on käytetty rakentamiseen 1800-luvulta lähtien [33]. Rakentamisen alkua ajoista lähtien on kehitelty erilaisia suunnitteluohjeita ja standardeja. Teräsrakentamisessa näitä ovat esimerkiksi [43, 44, 3, 39]. Aikojen saatossa niitä on tutkittu hyvin paljon (teräs-EN-standardien osalta esimerkiksi [11] ja [17]). Joistakin kehitystarpeista, joita nimeävät muun muassa [15], [29] ja [31], huolimatta standardeja voitaneen pääosin pitää luotettavina ja turvallisina. On kuitenkin huomattava, että erilaiset yksinkertaistetut mitoitusmenettelyt saattavat johtaa hyvinkin erilaiseen lopputulokseen, kuten todetaan säiliöiden kattojen osalta lähteessä [48].

Suomessa ja muualla Euroopan Unionin alueella ja jonkin verran Euroopan ulkopuolellakin on käytössä Eurokoodiohjelman standardit soveltuvilta osin. Tosin Suomessa rakentamismääräyskokoelman B-osien uudistaminen EN-standardien mukai-

seksi on toistuvasti viivästynyt ja vanha teräsnormi on käytössä rinnakkain EN-standardien kanssa [1, s. 51],[2, s. 14-15].

Turvallisuus on luonnollisesti keskeinen lähtökohta rakenteiden suunnittelussa. Toinen miltei jokaisessa rakennuksessa esille tuleva näkökohta on rakenteiden toteuttamisen hinta, jonka käytännössä aina halutaan olevan mahdollisimman alhainen. Nykyisellään vaatimus rakenteiden taloudellisesta suunnittelusta on kirjattu myös suunnittelustandardeihin [40, s. 38].

Käytännössä yleisin suunnittelijan tapa hakea mahdollisimman edullista rakennetta on käyttää aiemmista rakennuskohteista hankkimaansa kokemusta ja intuitiotaan. Kuitenkin kokeneenkaan suunnittelijan on vaikeaa ellei mahdotonta käydä läpi kovinkaan montaa rakenne-ehdokasta tavanomaisen kiireellisen esisuunnittelun tai suunnitteluprosessin aikana. Kantavien rakenteiden optimointi nykyisine menetelmineen tarjoaa systemaattisen lähestymistavan ongelmaan. Nykyisten tietokoneiden laskentakapasiteetti mahdollistaa käymään läpi valtaisan määrän rakennevaihtoehtoja verrattuna suunnittelijaan ja näin ollen voidaan löytää hyviä rakenne-ehdokkaita, joita perinteisin menetelmin ei välttämättä tulisi ajatelleeksi.

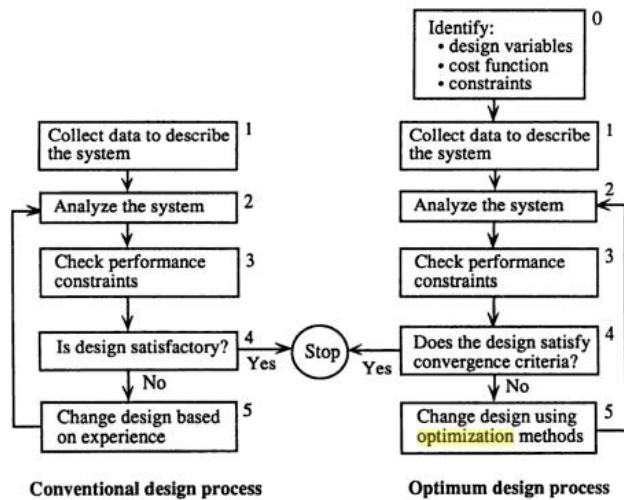
Aroran, Burnsien ja Huangin näkemys tavanomaisen suunnitteluprosessista ja optimoinnista nähdään kuvan 1.2 kaaviossa. Prosessissa siis kierretään silmukkaa, jossa jokaisella iteraatiokierroksella suunnitelmaa parannetaan. Erona on, että optimoinnissa on vaiheessa nolla tunnistettu tehtävän suunnittelumuuttujat, rajoitusehdot ja kohdefunktio. Tämä lisää suunnitteluprosessin läpinäkyvyyttä. Toinen ero on iteraariokierrosten määrässä. Siinä missä manuaalisesti voidaan käydä lävitse vain joitakin vaihtoehtoja, pystyy tietokone väsymättä algoritmin sääntöjen ohjaamana parantamaan suunnitelmaa niin hyväksi kuin suinkin mahdollista.

Optimoinnin hyödyntämisen etuja ovat listanneet esimerkiksi [34, 5, 13, 16]. Kiistattomista eduistaan huolimatta optimoinnin käyttöönotto ei ole ongelmaton, vaan se vaatii joitakin valmistelevia töitä. Yleistymisen kangertelun syitä tarkastellaan laajemminkin lähteissä [34, 13]. Tyypillisten optimointialgoritmien toiminta nähdään kuvan 1.3 kaaviossa.

Optimointialgoritmit käytännössä aina on syytä valjastaa tietokoneen käyttöön. Näin koko kantavan rakenteen tapauksessa mitoitusmenettely - perustui se sitten suunnittelustandardeihin tai yksinkertaisiin lujuusopillisiin tarkasteluihin - täytyy ohjelmoida automaattiseksi soveltuvan analyysiohjelman yhteyteen.

Tarvittava tulosdata riippuu optimointimenetelmästä. Optimointimenetelmiä on kehitetty hyvin paljon erilaisiin tarpeisiin. Jonkinlaisen yleiskatsauksen erilaisiin menetelmiin ja tehtävätyyppeihin tarjoavat esimerkiksi lähteet [6, 9, 47].

Suunnittelustandardien käyttö optimoinnin rajoitusehtojen pohjana on haastavaa, koska ongelmista tulee tällöin usein *epälineaarisia* ja *epäkonvekseja diskreettejä* tai *sekalukuongelmia* ja rajoitusehdoista muodostuu hyvin hankalia, mikä rajoittaa käy-



Kuva 1.2: Kaavio tavanomaisen suunnittelutyön ja optimoinnin soveltamisen erosta. (kuva lähteestä [5])

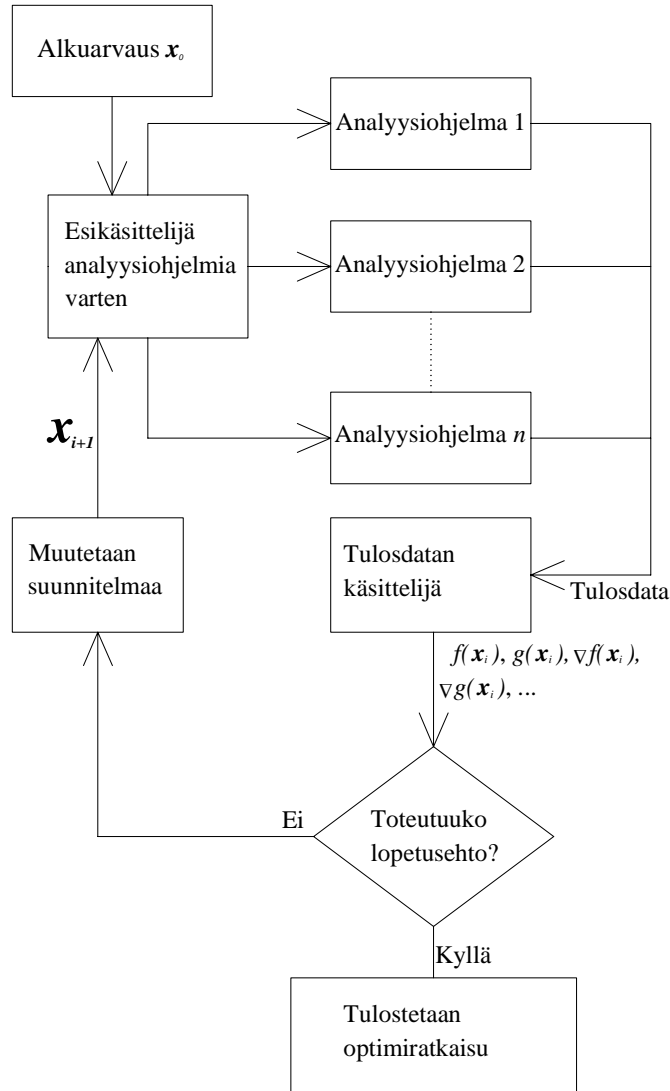
tettävän ratkaisumenetelmän valintaa ja poissulkee monet kohde- tai rajoitusehtofunktioiden derivointia edellyttävät menetelmät. Käytännössä menetelmävalikoima rajautuu sellaisiin menetelmiin, joille riittää kunhan kohde- ja rajoitusehtofunktioiden arvot voidaan evaluoida halutussa suunnitteluavaruuden pisteessä eli riittää, kun haluttu rakenne voidaan analysoida ja kelvollisuus käytettävän normin mielessä evaluoida.

Tällaisia suoran haun jossain määrin heuristiikkaan pohjaavia menetelmiä ovat muun muassa parveilualgoritmi (*particle swarm optimization, PSO*) [25], geneettisen algoritmin (*genetic algorithm, GA*) [21] eri versiot ja simuloitu jäähdytys (*simulated annealing, SA*). Näitä menetelmiä on käytetty teräsrakenteiden optimoinnin tutkimuksessa muun muassa lähteissä [24, 37, 30] ja todettu, että niiden hyödyntäminen on mahdollista.

Tyypillisesti kantavien rakenteiden optimointiin katsotaan olevan kolme lähestymistapaa: *mitoitusoptimointi*, *muodon optimointi* ja *topologian optimointi*. Mitoitusoptimointi tarkoittaa esimerkiksi levyn paksuusmitan tai sauvan poikkipinta-alan käyttämistä muuttujana, kun rakenteen muoto ja topologia on lyöty lukkoon. Muodon optimoinnissa ¹ taas tarkastelussa on jokin rakenteen mitta, esimerkiksi katon kaltevuuskulma tai ristikon korkeus. Esimerkki muotomuuttujasta nähdään kuvassa 1.4, jossa tasoristikon korkeutta muutellaan. Topologian optimoinnissa muuttujana on materiaalin tai komponenttien sijoittelu rakenteessa. Muutamia erilaisia tasoristikon topologioita nähdään kuvassa 1.5. Useimmiten käytännön rakenteen optimointiongelma sisältää kaikkia kolmea tehtävätyyppiä ja yhdistelyn katsotaan johtavan parhaaseen lopputulokseen.

Kantavien rakenteiden optimointia on tutkittu erilaisin muuttuja-, kohdefunktio-

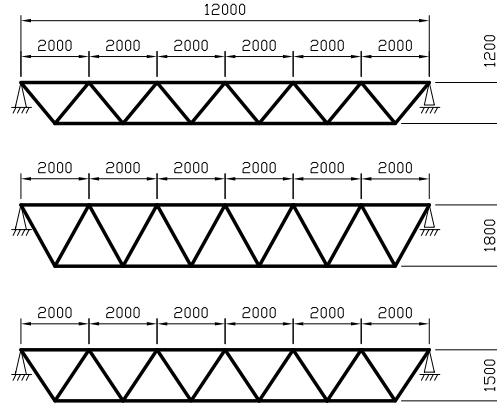
¹Tai *geometrian* optimoinnissa



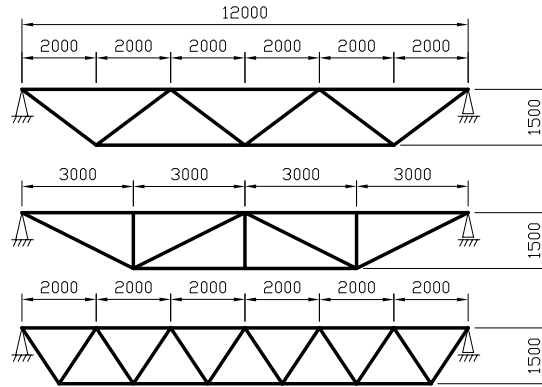
Kuva 1.3: Kaavio yleisimpien optimointialgoritmien ja -implementointien toiminnasta

ja rajoitusehtovalinnoin hyvin paljon käyttäen monenlaisia optimointialgoritmeja. Erilaisia artikkeleita oli julkaistu varovaisen arvion mukaan parisen tuhatta jo 90-luvun alussa [13] ja nykyisellään huomattavasti enemmän. Kantavien rakenteiden optimoinnissa on esitetty myös monitavoiteformulointeja jo varhain. Koski käytti kohdefunktiona rakenteen massaa ja edustavaa siirtymää [27]. Rajoitusehtona käytettiin yksinkertaisesti jännitystä. [28] tarkasteli jännitettyä betonirakennetta kaksi- ja kolmitavoitteisena ongelmana. Tasokehän topologian optimointia stabiilisuusrajoitusehdoin on tarkasteltu lähteessä [46]. Lähde [24] tutkii heurististen menetelmien käyttöä putkiristikoiden optimointiin, kun rajoitusehtoina käytetään myös standardien mitoitusmenettelyjä. Shea et al. tutki sähkökaapelin kannatintornin optimointia Sveitsin teräsnormin toimiessa mitoitusmenettelynä [37].

Optimoinnin kohdefunktiona on perinteisesti käytetty rakenteen materiaalitila-



Kuva 1.4: Tasoristikon erilaisia geometrioita, kun sen korkeutta vaihdellaan



Kuva 1.5: Tasoristikon kolme erilaista topologiaa.

vuutta tai massaa. Todellinen motiivi ylipäänsä optimoida rakenteita on kuitenkin yleensä pyrkimys kustannuksiltaan edullisempiin rakenteisiin. Näin ollen edellisiä luontevampi kohdefunktiovalinta onkin rakenteen kustannus. Massan optimointi johtaa monesti myös kustannusoptimiin, mutta ei aina kuten todetaan muun muassa lähteessä [20].

Tämän johdannon jälkeisessä toisessa kappaleessa esitellään rakenneanalyysin menetelmiä ja suunnittelustandardien vaatimuksia, kolmannessa esitellään käytettävä optimointimenetelmä ja perustellaan sen valinta. Neljännessä kappaleessa esitellään kehärakenteen optimointiongelman eri muodot erilaisin muuttujavalinnoin. Viidennessä kappaleessa esitellään laskentaesimerkkinä kattokehän optimointi 18 eri tehtävän avulla ja arvioidaan tuloksia. Kuudennessa kappaleessa tarkastellaan lyhyesti millä tavoin optimointia voisi nopeuttaa, laskennan luotettavuutta lisätä ja tuloksia parantaa.

1.2 Työn tavoitteet ja raja

Diplomityön tavoitteena on optimoida parveilualgoritmia hyödyntäen teräksistä kattokehää, siten, että kehän lujuus- ja stabiilisuusvaatimukset tulevat täytetyiksi EN-standardien tarvittavien osien mukaisesti. Tarkastelemalla monia ongelmanasetteluja pyritään löytämään, millä tekijöillä on suurin merkitys kattokehän suunnittelussa ja toisaalta onko olemassa tekijöitä, joiden merkitys on vähäinen. Palonkestävyys- ja paloturvallisuustarkastelu sivuutetaan, koska palotilanne hyvin harvoin koskee pyöreiden kattokehien pääasiallista sovellusaluetta eli teollisuussäiliöitä. Myös kehän rakenneosien liitosten lujuuden käsittely jätetään pääosin työn ulkopuolelle. Maanjäristysmitoitusta ei myöskään sisällytetä tarkasteluun, sillä se ei Suomen olosuhteissa juuri koskaan ole tarpeen. Myös eräät laskentaprosessiltaan työläät ja vaikeasti ohjelmoitavissa olevat profiilityypit jätetään tarkastelun ulkopuolelle.

2. KEHÄRAKENTEEN KESTÄVYYDEN JA STABIILISUUDEN LASKENTA

2.1 Lineaarinen staattinen siirtymäanalyysi

Lujuusopin elementtimenetelmän kenttätuntemattomana käytetään yleensä siirtymää [19], jota approksimoidaan elementin alueessa muotofunktioiden ja solmusiirtymien avulla, jolloin statiikan tehtävän tasapainoyhtälö päädytään kirjoittamaan muodossa

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{q} \quad (2.1)$$

missä \mathbf{F} on ulkoisten kuormien ekvivalenttien solmuvoimien vektori, \mathbf{K} jäykkyysmatriisi ja \mathbf{q} solmusiirtymävektori. Jäykkyysmatriisi ei lineaarisessa tapauksessa tapauksessa riipu siirtymistä, vaan se on vakiomatriisi, joten siirtymät saadaan ratkaistua esimerkiksi kertomalla tasapainoyhtälöä puolittain jäykkyysmatriisin käänteismatriisilla

$$\mathbf{q} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}. \quad (2.2)$$

Näin saatujen solmusiirtymien perusteella voidaan laskea elementtien voimasuureet, eli kehärakenteissa normaalivoima N , leikkausvoimat Q_y ja Q_z , taivutusmomentit M_y ja M_z sekä vääntömomentti M_v , missä tahansa halutussa elementin kohdassa.

2.2 Lineaarinen stabiilisuusteoria

Rakenteen tasapainoasema on stabiili, jos sen tangenttijäykkyysmatriisi

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K} + \mu\mathbf{K}_G \quad (2.3)$$

on positiivisesti definiitti. Tässä yhtälössä jäykkyysmatriisi \mathbf{K} on positiivisesti definiitti, μ kuormakerroin ja geometrinen jäykkyysmatriisi \mathbf{K}_G indefiniitti. Kuormakerroin μ määritellään todellisen ja referenssikuorman osamääränä. Referenssikuormalla suoritettua statiikan ratkaisua käytetään geometrisen jäykkyysmatriisin laskemiseen.

Kriittinen kuormakerroin, jolla tangenttijäykkyysmatriisi \mathbf{K}_T on singulaarinen,

voidaan määrittää ominaisarvo-ongelmasta

$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G) \mathbf{q} = \mathbf{0} , \quad (2.4)$$

missä ominaisarvo λ on kriittinen kuormakerroin ja ominaisvektorin \mathbf{q} alkioit ovat kyseisen nurjahdusmuodon solmusiirtymät. Ominaispareja on yhtä monta, kuin elementtimenetelmämallilla on vapausasteita, mutta yleensä ratkaisusta halutaan vain alin tai muutama alin positiivinen ominaisarvo.

Lineaarinen stabiilisuusteoria antaa ylärajaestimaatin todelliselle kriittiselle kuormakertoimelle. Syitä tähän on useita. Ensinnäkin teoria otaksuu, että kuormasiirtymäriippuvuus on lineaarinen stabiilisuuden menettämiseen asti. Toiseksi todellisen rakenteen osat, esimerkiksi palkit, eivät koskaan valmistusteknisistä syistä ole täysin suoria. Kolmanneksi, jotta malli kattaisi mahdollisimman hyvin todennäköisimmät nurjahdusmuodot, pitää elementtiverkon olla riittävän tiheä. Esimerkiksi käytettävässä *Euler-Bernoulli*-palkkiteoriaan pohjautuvaa *Hermite*-tyyppistä ”tavallista” palkkielementtiä, katsotaan yleensä, että kukin yksittäinen palkki olisi mallinnettava muutamalla elementillä luotettavien tulosten saamiseksi ¹.

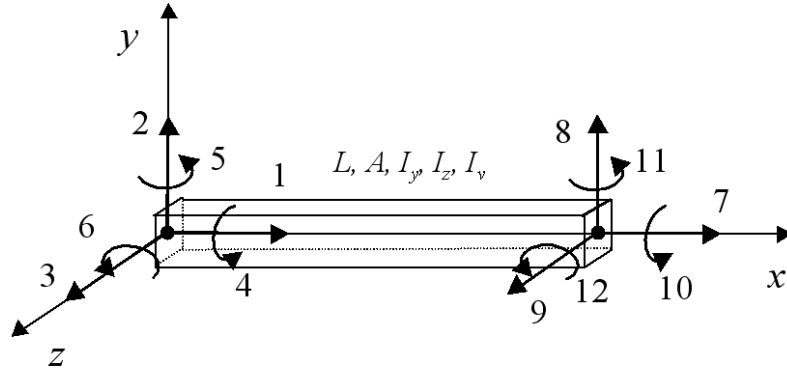
2.3 Kahdentoista vapausasteen joustavasti tuettu avaruus-palkkielementti

2.3.1 Muotofunktiot ja jäykkyysmatriisi

Kahdentoista vapausasteen joustavasti tuetulla avaruuspalkkielementillä tarkoitetaan tässä esityksessä avaruuspalkkielementtiä, jonka taivutukseen liittyvät rotaatiovapausasteet eli kuvan 2.1 vapausasteet 5 ja 6 sekä 11 ja 12 voivat olla tuetut lineaarisin rotaatiojousin. Kyseisen elementin tasotapaukselle jäykkyysmatriisin ja geometrisen jäykkyysmatriisin alkioit on johdettu artikkelissa [22]. Kolmiulotteinen tapaus sekä ekvivalenttiset solmukuormitukset jakautuneelle kuormalle on käsitelty julkaisemattomassa käsikirjoituksessa [23]. Seuraava esitys pohjautuu paljolti näihin kahteen lähteeseen.

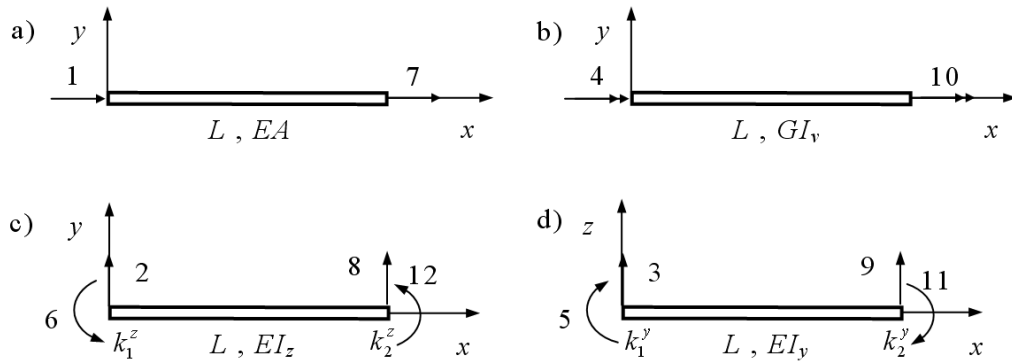
Kuvassa nähdään myös paikallinen koordinaattijärjestelmä. Suureet k_1^z ja k_2^z ovat z -akselin suhteen tapahtuvaa rotaatiota vastustavien rotaatiojousten jäykkyydet. Samalla tavalla jäykkyydet k_1^y ja k_2^y ovat y -akselin tapahtuvan rotaatiota vastustavien jousten jäykkyydet. Otaksutaan, että y - ja z -akselit ovat poikkileikkauksen pääakselit ja, etteivät poikkileikkaustasot ei käyristy väännön takia, että leikkauskeskiö yhtyy poikkileikkauksen painopisteeseen, ja, että muutkin kinematiikan oletukset ovat samat, kuin Hermiten palkkielementin yhteydessä.

¹Esimerkiki lähteessä [36, sivu 429] laskentaesimerkissä todetaan, että yhdellä elementillä saatu tulos voi olla jopa puolitoistakertainen tarkkaan ratkaisuun verrattuna



Kuva 2.1: 12 vapausasteen palkkielementti

Koska y - ja z -akselit ovat pääakselit, aksiaalisiirtymä, vääntö sekä taivutus xy - ja xz -tasossa eivät ole kytkettyjä. Tämä mahdollistaa tarvittavien matriisien muodostamisen osissa. Oheisessa kuvassa 2.2 nähdään vapausasteiden jako aiemmalle avaruuspalkkielementille.



Kuva 2.2: Vapausasteet, jotka liittyvät a) aksiaalisiirtymään, b) vääntöön, c) taivutukseen xy -tasossa, d) taivutukseen xz -tasossa (Jussi Jalkanen 2005)

Kaikki muut paitsi taivutukseen liittyvät jäykkyysmatriisin alkiot saadaan tavallisen Hermiten palkkielementin matriiseista ². Tunnetusti jäykkyysmatriisi aksiaali-vapausasteille 1 ja 7 on muotoa

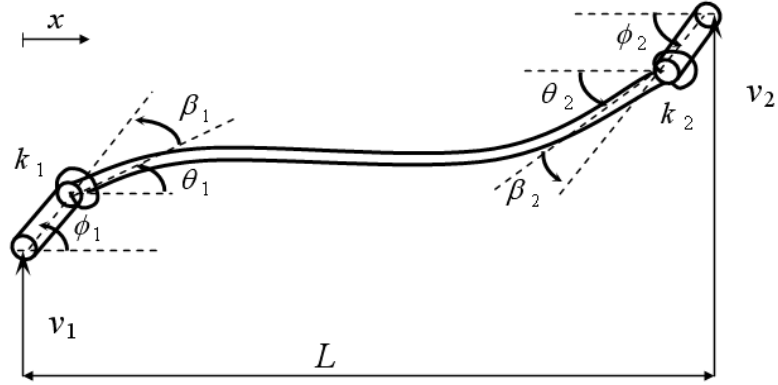
$$\mathbf{k}^n = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

ja vääntöön liittyvä jäykkyysmatriisi vapausasteille 4 ja 10 on muotoa

$$\mathbf{k}^t = \frac{GI_v}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

²Nämä matriisit on johdettu on johdettu miltei jokaisessa lujuusopin elementtimenetelmän opikirjassa, esimerkiksi [19].

Taivutukseen liittyvien muotofunktioiden ja jäykkyyismatriisin johtamiseksi tarkastellaan avaruuspalkkielementin taivutusta akselin z -suhteen siten, että piirretään uusi kuva 2.3, jossa jätetään selvyyden vuoksi pois ylimääräiset vapausasteet. Tarkasteltavat vapausasteet ovat siis palkin päiden taipumat v_1^y ja v_2^y sekä palkin päiden rotaatiot ϕ_1^z ja ϕ_2^z . Rotaatiojousten jäykkyydet ovat k_1^z ja k_2^z . Lisäksi kuvassa nähdään jousten kiertymät β_1^z ja β_2^z . Kuvassa kyseessä on tasotilanne, joten merkinnöistä puuttuu akseleita osoittavat yläindeksit.



Kuva 2.3: Palkkielementti, jota taivutetaan xy -tasossa (Jussi Jalkanen 2005)

Palkin taipuma $v_y(x)$ voidaan tällöin kirjoittaa käyttäen muotofunktioita $\tilde{N}_1^y(x)$, $\tilde{N}_2^y(x)$, $\tilde{N}_3^y(x)$ ja $\tilde{N}_4^y(x)$ sekä siirtymiä v_1^y , ϕ_1^z , v_2^y ja ϕ_2^z :

$$v(x) = \tilde{N}_1^y(x)v_1^y + \tilde{N}_2^y(x)\phi_1^z + \tilde{N}_3^y(x)v_2^y + \tilde{N}_4^y(x)\phi_2^z \quad (2.7)$$

$$= \begin{bmatrix} \tilde{N}_1(x) & \tilde{N}_2(x) & \tilde{N}_3(x) & \tilde{N}_4(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^y \\ \phi_1^z \\ v_2^y \\ \phi_2^z \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{N}}_z \tilde{\mathbf{q}}_z.$$

Jos lisäksi tunnetaan rotaatiot θ_1^z ja θ_2^z , siirtymä voidaan kirjoittaa muodossa

$$v(x) = N_1(x)v_1^y + N_2(x)\theta_1^z + N_3(x)v_2^y + N_4(x)\theta_2^z \quad (2.8)$$

$$= \begin{bmatrix} N_1(x) & N_2(x) & N_3(x) & N_4(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^y \\ \theta_1^z \\ v_2^y \\ \theta_2^z \end{bmatrix} = \mathbf{N}_z \mathbf{q}_z,$$

missä $N_1(x)$, $N_2(x)$, $N_3(x)$ ja $N_4(x)$ ovat tunnettuja *Hermiteen polynomeja*

$$\begin{aligned} N_1(x) &= 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3} \\ N_2(x) &= x - 2\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_3(x) &= 3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3} \\ N_4(x) &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Edellä esiintyneen kuvan 2.3 perusteella voidaan kirjoittaa rotaatioille yhteydet

$$\begin{aligned} \phi_1^z &= \theta_1^z + \beta_1^z \\ \phi_2^z &= \theta_2^z + \beta_2^z . \end{aligned} \quad (2.10)$$

Rotaatiot β_1^z ja β_2^z riippuvat palkin päiden momenteista M_1^z ja M_2^z

$$\begin{aligned} \beta_1^z &= \frac{M_1^z}{k_1^z} \\ \beta_2^z &= \frac{M_2^z}{k_2^z} . \end{aligned} \quad (2.11)$$

Edellisten kaavojen 2.10 ja 2.11 perusteella kaava 2.8 saa muodon

$$\begin{aligned} v_y(x) &= \begin{bmatrix} N_1(x) & N_2(x) & N_3(x) & N_4(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^y \\ \phi_1^z - \frac{M_1^z}{k_1^z} \\ v_2^y \\ \phi_2^z - \frac{M_2^z}{k_2^z} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{N} \left(\begin{bmatrix} v_1^y \\ \phi_1^z \\ v_2^y \\ \phi_2^z k_2^z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{M_1^z}{k_1^z} \\ 0 \\ -\frac{M_2^z}{k_2^z} \end{bmatrix} \right) = \mathbf{N}(\tilde{\mathbf{q}}_z + \mathbf{g}_z). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Taivutusmomentit M_1^z ja M_2^z ovat yhteydessä taipumaan

$$M_1^z = EI_z v_y''(0) \text{ ja } M_2^z = EI_z v_y''(L) . \quad (2.13)$$

Taipuman toinen derivaatta on kaavan 2.12 perusteella

$$v_y''(x) = \mathbf{N}''(\tilde{\mathbf{q}}_z + \mathbf{g}_z) \quad (2.14)$$

ja siten

$$\begin{aligned} v_y''(0) &= \frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} -6 & -4L & 6 & -2L \end{bmatrix} (\tilde{\mathbf{q}}_{\mathbf{z}} + \mathbf{g}_{\mathbf{z}}) \\ v_y''(L) &= \frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} 6 & 2L & -6 & 4L \end{bmatrix} (\tilde{\mathbf{q}}_{\mathbf{z}} + \mathbf{g}_{\mathbf{z}}) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Näin taivutusmomenteista voidaan kirjoittaa

$$\begin{aligned} M_1^z &= \frac{EI_z}{L^2} \begin{bmatrix} 6 & 4L & -6 & 2L \end{bmatrix} (\tilde{\mathbf{q}}_{\mathbf{z}} + \mathbf{g}_{\mathbf{z}}) \\ M_2^z &= \frac{EI_z}{L^2} \begin{bmatrix} 6 & 2L & -6 & 4L \end{bmatrix} (\tilde{\mathbf{q}}_{\mathbf{z}} + \mathbf{g}_{\mathbf{z}}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Sijoittamalla aiemmin saatu esitys vektorille $\mathbf{g}_{\mathbf{z}}$ ja termejä siirtelemällä saadaan

$$\begin{aligned} M_1^z + \frac{EI_z}{L^2} \left(4 \frac{M_1^z L}{k_1^z} + 2 \frac{M_2^z L}{k_2^z} \right) &= \frac{EI_z}{L^2} \begin{bmatrix} 6 & 4L & -6 & 2L \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_{\mathbf{z}} \\ M_2^z + \frac{EI_z}{L^2} \left(2 \frac{M_1^z L}{k_1^z} + 4 \frac{M_2^z L}{k_2^z} \right) &= \frac{EI_z}{L^2} \begin{bmatrix} 6 & 2L & -6 & 4L \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_{\mathbf{z}} . \end{aligned} \quad (2.17)$$

Tämä voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{bmatrix} 1 + 4\gamma_1^z & 2\gamma_2^z \\ 2\gamma_2^z & 1 + 4\gamma_1^z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1^z \\ M_2^z \end{bmatrix} = \frac{EI_z}{L^2} \begin{bmatrix} 6 & 4L & -6 & 2L \\ 6 & 2L & -6 & 4L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^y \\ \phi_1^z \\ v_2^y \\ \phi_2^z \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

missä γ_1^z ja γ_2^z tarkoittavat

$$\gamma_1^z = \frac{EI_z}{Lk_1^z} \text{ ja } \gamma_2^z = \frac{EI_z}{Lk_2^z} \quad (2.19)$$

Ratkaisemalla M_1^z ja M_2^z saadaan

$$\begin{bmatrix} M_1^z \\ M_2^z \end{bmatrix} = \frac{EI_z}{L^2 \Delta} \begin{bmatrix} 6(1 + 2\gamma_2^z) & 4L(1 + 3\gamma_2^z) & -6(1 + 2\gamma_2^z) & 2L \\ 6(1 + 2\gamma_1^z) & 2L & -6(1 + 2\gamma_1^z) & 4L(1 + 3\gamma_1^z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^y \\ \phi_1^z \\ v_2^y \\ \phi_2^z \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

missä Δ_z on

$$\Delta_z = (1 + 4\gamma_1^z)(1 + 4\gamma_2^z) - 4\gamma_1^z\gamma_2^z \quad (2.21)$$

Tällöin vektori \mathbf{g}_z voidaan siis kirjoittaa

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_z &= \frac{1}{\Delta_z} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{6\gamma_1^z}{L}(1+2\gamma_2^z) & -4\gamma_1^z(1+3\gamma_2^z) & \frac{6\gamma_1^z}{L}(1+2\gamma_2^z) & -2\gamma_1^z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{6\gamma_2^z}{L}(1+2\gamma_1^z) & -2\gamma_2^z & \frac{6\gamma_2^z}{L}(1+2\gamma_1^z) & -4\gamma_2^z(1+3\gamma_1^z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^y \\ \phi_1^z \\ v_2^y \\ \phi_2^z \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{S}_z \tilde{\mathbf{q}}_z \end{aligned} \quad (2.22)$$

Näin taipuma $v_y(x)$ voidaan kirjoittaa

$$v_y(x) = \mathbf{N}(\tilde{\mathbf{q}}_z + \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{S}_z \tilde{\mathbf{q}}_z) = \mathbf{N}(\mathbf{I} + \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{S}_z) \tilde{\mathbf{q}}_z = \tilde{\mathbf{N}}_z \tilde{\mathbf{q}}_z \quad (2.23)$$

Siis muotofunktiot taivutukseen liittyville vapausasteille ovat

$$\begin{aligned} \tilde{N}_1^z(x) &= N_1(x) + \frac{s_{21}^z}{\Delta_z} N_2(x) + \frac{s_{41}^z}{\Delta_z} N_4(x) \\ \tilde{N}_2^z(x) &= (1 + \frac{s_{22}^z}{\Delta_z}) N_2(x) + \frac{s_{42}^z}{\Delta_z} N_4(x) \\ \tilde{N}_3^z(x) &= \frac{s_{23}^z}{\Delta_z} N_2(x) + N_3(x) + \frac{s_{43}^z}{\Delta_z} N_4(x) \\ \tilde{N}_4^z(x) &= \frac{s_{24}^z}{\Delta_z} N_2(x) + (1 + \frac{s_{44}^z}{\Delta_z}) N_4(x), \end{aligned} \quad (2.24)$$

missä s_{ij}^z viittaa kaavan 2.22 matriisiin \mathbf{S}_z alkioihin ja $N_1(x)$, $N_2(x)$, $N_3(x)$ ja $N_4(x)$ ovat Hermiten polynomeja (kaava 2.9).

xy -tasossa tapahtuvan taivutuksen kimmoenergia \bar{U}^z voidaan kirjoittaa kahdessa osassa. \bar{U}_1^z on itse palkin kimmoenergia ja \bar{U}_2^z päissä olevien rotaatiojousten kimmoenergia.

$$\bar{U}^z = \bar{U}_1^z + \bar{U}_2^z \quad (2.25)$$

\bar{U}_1^z riippuu taipumasta $v_y(x)$ ja se voidaan laskea kaavalla

$$\bar{U}_1^z = \frac{1}{2} \int_0^L EI v_y''(x)^2 dx \quad (2.26)$$

Taipuman toinen derivaatta on

$$v_y''(x) = \mathbf{N}''(\mathbf{I} + \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{S}_z) \tilde{\mathbf{q}}_z \quad (2.27)$$

sijoittamalla 2.27 ja sieventämällä saadaan 2.26 muotoon

$$\begin{aligned} \bar{U}_1^z = & \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}_z^T \left(\int_0^L EI_z \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' dx + \int_0^L \frac{EI}{\Delta} \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' \mathbf{S} dx + \right. \\ & \left. \int_0^L \frac{EI}{\Delta} \mathbf{S}^T \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' dx + \int_0^L \frac{EI}{\Delta^2} \mathbf{S}^T \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' \mathbf{S} dx \right) \tilde{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Koska jäykkyysmatriisi tavalliselle Euler-Bernoulli-palkkielementille määritellään kaavalla

$$\mathbf{k}_0^z = \int_0^L EI_z \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' dx, \quad (2.29)$$

voidaan \bar{U}_1^z kirjoittaa myös muodossa

$$\bar{U}_1^z = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}_z^T \left(\mathbf{k}_0^z + \frac{1}{\Delta} \mathbf{k}_0^z \mathbf{S}_z + \frac{1}{\Delta} \mathbf{S}_z^T \mathbf{k}_0^z + \frac{1}{\Delta_z^2} \mathbf{S}_z^T \mathbf{k}_0^z \mathbf{S}_z \right) \tilde{\mathbf{q}}_z \quad (2.30)$$

Rotaatiojousten kimmoenergia riippuu rotaatioista β_1^z ja β_2^z

$$\bar{U}_2^z = \frac{1}{2} k_1^z \beta_1^{z^2} + \frac{1}{2} k_2^z \beta_2^{z^2}. \quad (2.31)$$

Kaavojen 2.12 ja 2.22 perusteella voidaan kirjoittaa

$$\begin{aligned} -\frac{M_1^z}{k_1^z} &= \frac{1}{\Delta_z} \begin{bmatrix} s_{21}^z & s_{22}^z & s_{23}^z & s_{24}^z \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_z = \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{s}_2^z \tilde{\mathbf{q}}_z \\ -\frac{M_2^z}{k_2^z} &= \frac{1}{\Delta_z} \begin{bmatrix} s_{41}^z & s_{42}^z & s_{43}^z & s_{44}^z \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_z = \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{s}_4^z \tilde{\mathbf{q}}_z, \end{aligned} \quad (2.32)$$

missä \mathbf{s}_2^z ja \mathbf{s}_4^z ovat matriisin \mathbf{S}_z toinen ja neljäs rivi.

Ottamalla huomioon 2.11 huomataan, että

$$\beta_1^z = -\frac{1}{\Delta_z} \mathbf{s}_2^z \tilde{\mathbf{q}}_z \text{ ja } \beta_2^z = \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{s}_4^z \tilde{\mathbf{q}}_z \quad (2.33)$$

Sijoittamalla 2.33 jousten kimmoenergian kaavassa 2.31 saadaan

$$\bar{U}_2^z = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}_z^T \left(\frac{k_1^z}{\Delta_z^2} \mathbf{s}_2^{zT} \mathbf{s}_2^z + \frac{k_2^z}{\Delta_z^2} \mathbf{s}_4^{zT} \mathbf{s}_4^z \right) \tilde{\mathbf{q}}_z. \quad (2.34)$$

Kimmoenergioiden 2.30 ja 2.34 nähdään, että elementin z -akselin suuntaiseen taivutukseen liittyvien vapausasteiden jäykkyysmatriisi voidaan kirjoittaa summana

$$\mathbf{k}^z = \mathbf{k}_0^z + \mathbf{k}_1^z + \mathbf{k}_2^z, \quad (2.35)$$

missä \mathbf{k}_0^z on tavallisen Euler-Bernoulli-elementin jäykkyysmatriisi

$$\mathbf{k}_0^z = \frac{EI_z}{L} \begin{bmatrix} \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ \frac{6}{L} & 4 & -\frac{6}{L} & 2 \\ -\frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} & \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ \frac{6}{L} & 2 & -\frac{6}{L} & 4 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

ja \mathbf{k}_1^z ja \mathbf{k}_2^z voidaan laskea kaavoilla

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1^z &= \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{k}_0^z \mathbf{S}_z + \frac{1}{\Delta_z} \mathbf{S}_z^T \mathbf{k}_0^z + \frac{1}{\Delta_z^2} \mathbf{S}_z^T \mathbf{k}_0^z \mathbf{S}_z \\ \mathbf{k}_2^z &= \frac{k_1^z}{\Delta_z^2} \mathbf{s}_2^T \mathbf{s}_2 + \frac{k_2^z}{\Delta_z^2} \mathbf{s}_4^T \mathbf{s}_4 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Kun halutaan jäykkyysmatriisi y -akselin suhteen tapahtuvalle taivutukselle, vaihdetaan kaavoissa neliömomenttien ja rotaatiojousten jäykkyyksille kyseisen akselin mukaisen taivutuksen edellyttämät arvot.

Lopulta elementin jäykkyysmatriisi voidaan kirjoittaa muodossa

$$\mathbf{k}^e = \begin{bmatrix} k_{11}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^y & 0 & 0 & 0 & k_{12}^y & 0 & k_{13}^y & 0 & 0 & 0 & k_{14}^y \\ 0 & 0 & k_{11}^z & 0 & k_{12}^z & 0 & 0 & 0 & k_{13}^z & 0 & k_{14}^z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{11}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{21}^z & 0 & k_{22}^z & 0 & 0 & 0 & k_{23}^z & 0 & k_{24}^z & 0 \\ 0 & k_{21}^y & 0 & 0 & 0 & k_{22}^y & 0 & k_{23}^y & 0 & 0 & 0 & k_{24}^y \\ k_{21}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{22}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{31}^y & 0 & 0 & 0 & k_{32}^y & 0 & k_{33}^y & 0 & 0 & 0 & k_{34}^y \\ 0 & 0 & k_{31}^z & 0 & k_{32}^z & 0 & 0 & 0 & k_{33}^z & 0 & k_{34}^z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{21}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{22}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{41}^z & 0 & k_{42}^z & 0 & 0 & 0 & k_{43}^z & 0 & k_{44}^z & 0 \\ 0 & k_{41}^y & 0 & 0 & 0 & k_{42}^y & 0 & k_{43}^y & 0 & 0 & 0 & k_{44}^y \end{bmatrix}. \quad (2.38)$$

2.3.2 Geometrinen jäykkyysmatriisi

Palkkielementin geometrinen jäykkyysmatriisi voidaan laskea kaavalla

$$\mathbf{k}_g = P \int_0^L \hat{\mathbf{N}}'^T \hat{\mathbf{N}}' dx, \quad (2.39)$$

missä P on elementin normaalivoima ja vektori $\hat{\mathbf{N}}$ sisältää muotofunktiot. Muotofunktioiden $\tilde{\mathbf{N}}$ derivaatta saadaan muodostettua yhtälön 2.23 perusteella

$$\tilde{\mathbf{N}}' = \mathbf{N}' (\mathbf{I} + \frac{1}{\Delta} \mathbf{S}) \quad (2.40)$$

Tällöin 2.39 voidaan kirjoittaa uudelleen 2.40:n avulla

$$\mathbf{k}_g = P \left(\int_0^L \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' dx + \int_0^L \frac{1}{\Delta} \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' \mathbf{S} dx + \int_0^L \frac{1}{\Delta} \mathbf{S}^T \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' dx + \int_0^L \frac{1}{\Delta^2} \mathbf{S}^T \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' \mathbf{S} dx \right). \quad (2.41)$$

Taivutuksessa z -akselin ympäri tavallisen Hermiten palkkielementin geometrinen jäykkyydsmatriisi määritellään kaavalla

$$\mathbf{k}_{g0}^z = P \int_0^L \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' dx. \quad (2.42)$$

Joustavasti tuetun elementin geometrinen jäykkyydsmatriisi voidaan kirjoittaa summana

$$\mathbf{k}_g^z = \mathbf{k}_{g0}^z + \mathbf{k}_{g1}^z, \quad (2.43)$$

missä \mathbf{k}_{g0}^z on muotoa

$$\mathbf{k}_{g0}^z = \frac{P}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

ja jälkimmäinen osa muotoa

$$\mathbf{k}_{g1}^z = \frac{1}{\Delta z} \mathbf{k}_{g0}^z \mathbf{S}^z + \frac{1}{\Delta z} \mathbf{S}^{zT} \mathbf{k}_{g0}^z + \frac{1}{\Delta z^2} \mathbf{S}^{zT} \mathbf{k}_{g0}^z \mathbf{S}^z \quad (2.45)$$

Tarkasteltaessa taivutusta y -akselin suhteen, matriisin alkiot saadaan korvaamalla kaavoissa rotaatiojousten jäykkyydet k_1^z ja k_2^z jäykkyyksillä k_1^y ja k_2^y .

Geometrisen jäykkyydsmatriisin aksiaali- ja vääntövapausasteisiin liittyvät alkiot saadaan kaavoilla

$$\mathbf{k}_g^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

ja

$$\mathbf{k}_g^t = \frac{N(I_y + I_z)}{AL} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

Tällöin geometrinen jäykkyyismatriisi elementille on muotoa

$$\mathbf{k}_g^e = \begin{bmatrix} k_{11}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11}^y & 0 & 0 & 0 & k_{12}^y & 0 & k_{13}^y & 0 & 0 & 0 & k_{14}^y \\ 0 & 0 & k_{11}^z & 0 & k_{12}^z & 0 & 0 & 0 & k_{13}^z & 0 & k_{14}^z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{11}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{21}^z & 0 & k_{22}^z & 0 & 0 & 0 & k_{23}^z & 0 & k_{24}^z & 0 \\ 0 & k_{21}^y & 0 & 0 & 0 & k_{22}^y & 0 & k_{23}^y & 0 & 0 & 0 & k_{24}^y \\ k_{21}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{22}^n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{31}^y & 0 & 0 & 0 & k_{32}^y & 0 & k_{33}^y & 0 & 0 & 0 & k_{34}^y \\ 0 & 0 & k_{31}^z & 0 & k_{32}^z & 0 & 0 & 0 & k_{33}^z & 0 & k_{34}^z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{21}^t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{22}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{41}^z & 0 & k_{42}^z & 0 & 0 & 0 & k_{43}^z & 0 & k_{44}^z & 0 \\ 0 & k_{41}^y & 0 & 0 & 0 & k_{42}^y & 0 & k_{43}^y & 0 & 0 & 0 & k_{44}^y \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

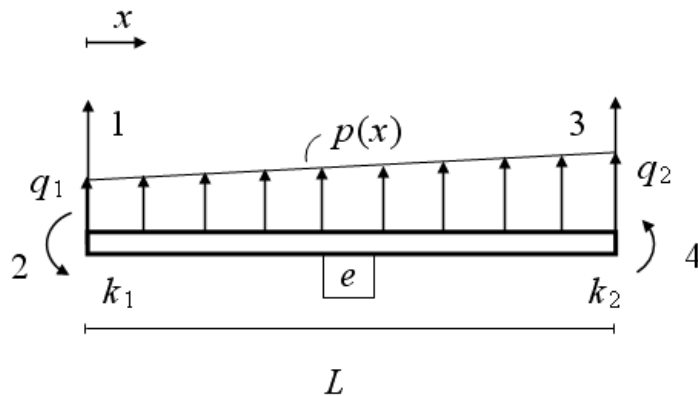
2.3.3 Ekvivalentit solmukuormitukset

Ekvivalentit solmukuormitukset saadaan laskettua kaavalla

$$\mathbf{r}^e = \iiint_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{f} \, dV + \iint_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{p} \, dS. \quad (2.49)$$

Vektorit \mathbf{f} ja \mathbf{p} ovat tilavuus- ja pintavoimat, integroinnit suoritetaan elementin tilavuuden V_e ja elementin pinnan S_e yli.

Tarkastellaan tilannetta, jossa palkkielementillä vaikuttaa kuvan 2.4 mukainen lineaarisesti jakautunut kuormitus $p(x)$.



Kuva 2.4: Lineaarisesti jakautunut kuormitus

Tällöin ekvivalenttinen solmuvoimavektori on muotoa

$$\mathbf{r}^e = \int_0^L \mathbf{N}^T p(x) \, dx = \int_0^L \mathbf{N}^T \left(\frac{q_2 - q_1}{L} x + q_1 \right) \, dx \quad (2.50)$$

Kun integroinnit suoritetaan, saadaan ekvivalenttiset solmuvoimat:

$$\mathbf{r}_1^e = \frac{L}{20} \frac{(7q_1 + 3q_2)L^2k_1k_2 + 2EI[k_1(16q_1 + 9q_2) + k_2(11q_1 + 4q_2)] + 40E^2I^2(2q_1 + q_2)}{L^2k_1k_2 + 4LEI(k_1 + k_2) + 12E^2I^2} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{r}_2^e = \frac{L^2}{60} \frac{Lk_1[Lk_2(3q_1 + 2q_2) + 2EI(8q_1 + 7q_2)]}{L^2k_1k_2 + 4LEI(k_1 + k_2) + 12E^2I^2} \quad (2.52)$$

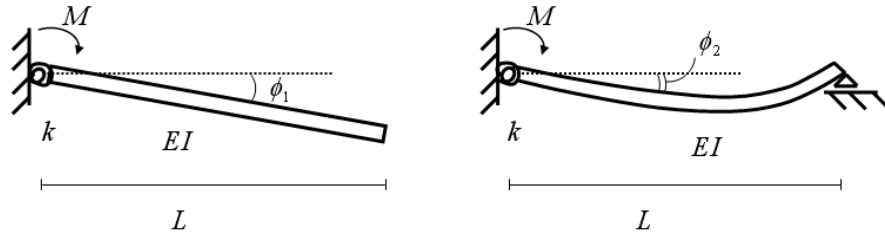
$$\mathbf{r}_3^e = \frac{L}{20} \frac{(3q_1 + 7q_2)L^2k_1k_2 + 2EI[k_1(4q_1 + 11q_2) + k_2(9q_1 + 16q_2)] + 40E^2I^2(q_1 + 2q_2)}{L^2k_1k_2 + 4LEI(k_1 + k_2) + 12E^2I^2} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{r}_4^e = -\frac{L^2}{60} \frac{Lk_1[Lk_2(2q_1 + 3q_2) + 2EI(7q_1 + 8q_2)]}{L^2k_1k_2 + 4LEI(k_1 + k_2) + 12E^2I^2} \quad (2.54)$$

Samat kaavat ovat voimassa y - ja z -akselien ympäri tapahtuvassa taivutuksessa. Kun taivutusakseli on y , käytetään neliömomenttia I_y ja jäykkyyksiä k_1^y ja k_2^y . Taivutusakselin ollessa z käytetään suureita I_z , k_1^z ja k_2^z .

2.3.4 Kiinnittyneisyysaste

Kiinnittyneisyysastetta (*fixity factor*) α käytetään kuvaamaan liitoksen jäykkyyttä. Se saa arvoja $\alpha \in [0, 1]$ siten, että arvo $\alpha = 0$ tarkoittaa täysin nivelistä liitosta ja arvo $\alpha = 1$ täysin jäykkää liitosta. Kiinnittyneisyysaste on kuvan 2.5 kulmien ϕ_2 ja ϕ_1 suhde.



Kuva 2.5: Kiinnittyneisyysaste on kulmien ϕ_2 ja ϕ_1 suhde (Jussi Jalkanen 2005)

$$\alpha = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{\frac{M}{k + \frac{3EI}{L}}}{\frac{M}{k}} = \frac{1}{1 + \frac{3EI}{kL}} \quad (2.55)$$

Mikäli tiedetään kiinnittyneisyysaste α , rotaatiojäykkyys saadaan ratkaisemalla yhtälöstä 2.55:

$$k = \frac{3EI}{L} \frac{\alpha}{1 - \alpha}. \quad (2.56)$$

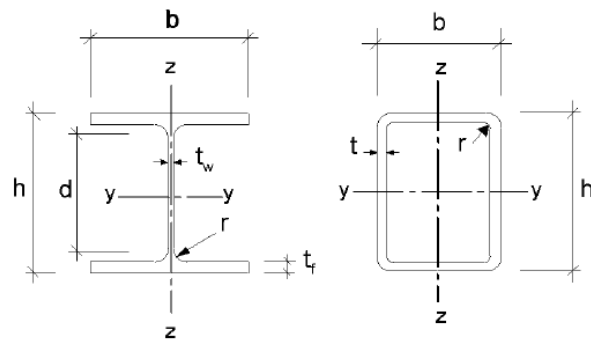
2.4 Suunnittelustandardien vaatimukset

Eurokoodit ovat kokoelma yhteiseurooppalaisia standardeja rakennesuunnittelijoille. Niiden tarkoitus on esittää säännöt tavoista, joilla tavanomaisten rakennusten ja

maa- ja vesirakennuskohteiden lujuus-, stabiilisuus- sekä paloturvallisuusvaatimukset osoitetaan täyttyvän. Tässä työssä käytetään Eurokoodin osien Basis of Structural Design, Actions on Structures ja Design of Steel Structures suomennettuja aliosia (lähteet [43], [41], [42] ja [44]). Tämän kappaleen kaavat ja kuvat ovat suurelta osin peräisin kyseisistä standardeista.

2.4.1 Merkkisopimus

Teräseurokoodin [43] merkkisopimus taivutuksen akseleissa on erilainen kuin monissa statiikan tai lujuusopin perusteiden teoksissa (esimerkiksi [35]). Teräsprofiilin vahvemman akselin suuntainen taivutus on pääsääntöisesti akselin $y - y$ ympäri ja heikomman suunnan taivutus akselin $z - z$ ympäri. Kuvassa 2.6 nähdään merkkisopimuksen lisäksi poikkileikkausten mitoille käytettävät merkinnät.



Kuva 2.6: Poikkileikkauksien mitat ja akselit

2.4.2 Poikkileikkausluokat

Eurokoodissa teräsprofiilit tai joskus niiden osatkin luokitellaan poikkileikkausluokiiin 1-4. Luokituksen tarkoitus on tunnistaa missä laajuudessa lokaali stabiilisuuden menetys eli valmisprofiilien puristettujen osien lommahdus rajoittaa poikkileikkauksen kestävyyttä ja muodonmuutoskykyä.

Poikkileikkausluokassa 1 plastisuusteorian mukaisen tarkastelun vaatima riittävän kiertymiskyvyn omaava nivel voi syntyä ilman, että poikkileikkauksen kestävyyttä tarvitsee pienentää.

Poikkileikkausluokassa 2 voi kehittyä plastisuusteorian mukainen sauvan taivutuskestävyys, mutta lokaali lommahdus rajoittaa kiertymiskykyä.

Poikkileikkausluokassa 3 poikkileikkauksen osissa laskettu jännitys voi saavuttaa myötörajan, mutta lokaali lommahdus estää täyden plastisuusteorian mukaisen momenttikestävyyden kehittymisen.

Poikkileikkausluokassa 4 lokaali lommahdus esiintyy kuormitusta kasvatettaessa ennen kuin materiaalin myötöraja saavutetaan missään poikkileikkauksen kohdassa.

Luokitus riippuu poikkileikkauksen puristettujen osien leveyden ja paksuuden suhteesta ja tyypillisesti poikkileikkauksen eri osat saattavat edustaa eri poikkileikkausluokkaa. Osien mittojen vaikutus luokitukseen näkyy kuvissa 2.7 ja 2.8.

Ulokkeelliset laipat

Valssatut profiilit

Hitsatut profiilit

Poikkileikkausluokka	Puristettut taso-osat	Puristettut ja taivutetut taso-osat				
		Vapaa reuna on puristettu	Vapaa reuna on vedetty			
Taso-osan jännitysjakautuma (puristus positiivinen)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$			
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$			
Taso-osan jännitysjakautuma (puristus positiivinen)						
3	$c/t \leq 14\epsilon$ ⁴⁾	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$ ⁵⁾ k_σ ks. EN 1993-1-5				
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Kuva 2.7: Puristettujen taso-osien suurimmat leveys-paksuussyhteet

Poikkileikkausluokan 4 momentti- ja puristuskestävyyden laskemiseksi voidaan käyttää poikkileikkauksien tehollisia mittoja. Tämä on kuitenkin itsessään melko hankalaa ja johtaa myös lisähankaluuksiin myöhemmin laskennassa, joten poikkileikkausluokkaa 4 pyritään välttämään tässä työssä.

Kuitenkin osassa IPE-profiileja puristuksen ja taivutuksen yhdistelmässä profiilin uuma edustaa poikkileikkausluokkaa 4 ja laipat luokkaa 2. Tällöin voidaan käyttää taivutuksessa mukana vain laippoja ja välttyä muilta poikkileikkausluokan 4 ilmiöiltä.

Plastista taivutusvastusta $W_{y,pl}$ voidaan hyödyntää, kun poikkileikkaus edustaa luokkaa 1 tai 2. Kolmannessa poikkileikkausluokassa voidaan käyttää taivutusvastusta W_y , kun taas luokassa 4 puristetuilta osilta kestävyys lasketaan tehollisten mittojen avulla, mikä aiheuttaa sen, että mahdollinen symmetria katoaa eli neutraaliakselin paikka muuttuu ja kestävyys laskenta täten hankaloituu jonkin verran.

Kahdelta reunalta tuetut puristetut taso-osat							
				Taivutus ko. akselin suhteen			
				Taivutus ko. akselin suhteen			
Poikkileikkausluokka	Taivutetut taso-osat		Puristetut taso-osat	Taivutetut ja puristetut taso-osat			
Taso-osan jännitysjakautuma (puristus positiivinen)							
1	$c/t \leq 72\varepsilon$		$c/t \leq 33\varepsilon$	$\text{kun } \alpha > 0,5: c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ $\text{kun } \alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\varepsilon$		$c/t \leq 38\varepsilon$	$\text{kun } \alpha > 0,5: c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ $\text{kun } \alpha \leq 0,5: c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
Taso-osan jännitysjakautuma (puristus positiivinen)							
3	$c/t \leq 124\varepsilon$		$c/t \leq 42\varepsilon$	$\text{kun } \psi > -1: c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ $\text{kun } \psi \leq -1: c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460	
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71	

Kuva 2.8: Puristettujen taso-osien suurimmat leveys-paksuussuhteet

2.4.3 Leikkausvoimakestävyys ja leikkausvoiman huomioonottaminen

Poikkileikkaukseen vaikuttavan leikkausvoiman tulee täyttää ehto

$$V_d \leq V_{pl,Rd} \quad (2.57)$$

missä V_{Ed} on mitoitusleikkausvoima ja $V_{pl,Rd}$ plastinen leikkausvoimakestävyys. Poikkileikkausluokissa, joissa plastista leikkausvoimakestävyyttä ei voida käyttää, käytetään leikkausvoimakestävyyttä V_{Rd} .

Plastinen leikkausvoimakestävyys I-profilin tapauksessa leikkausvoiman vaikuttaessa taivutuksen suhteen vahvempaan suuntaan saadaan kertomalla uuman pinta-

alaa A_w plastisella leikkausjännityksellä.

$$V_{pl,Rd} = A_w \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (2.58)$$

Neliöputkiprofiilin tapauksessa plastinen leikkausvoimakestävyys $V_{pl,Rd}$ saadaan kaavalla

$$V_{pl,Rd} = 2th \frac{f_y}{\sqrt{3}}. \quad (2.59)$$

Tästä saadaan kerroin ρ , kun tiedetään mitoitusleikkausvoima V_{Ed} :

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2, \quad (2.60)$$

jonka avulla lasketaan alennettu momenttikestävyys $M_{y,V,Rd}$

$$M_{y,V,Rd} = \left(W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4t_w} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (2.61)$$

2.4.4 Nurjahdus ja kiepahdus

y -akselin suuntaisen nurjahduksen takia taivutusmomenttikestävyttä pienennetään kertoimella χ_y . Tämän laskemiseksi tarvitaan muunnettu hoikkuus $\bar{\lambda}_y$, joka laskeaan kaavalla

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cy}}{\pi i_y \sqrt{\frac{f_y}{E}}}, \quad (2.62)$$

missä L_{cy} on palkin tuennasta riippuva nurjahduspituus, i_y poikkileikkauksen neliösäde y -akselin suhteen, f_y teräksen myötölujuus ja E kimmokerroin. Edellisen avulla saadaan laskettua apusuure ϕ_y .

$$\phi_y = 0.5(1 + \alpha(\bar{\lambda}_y - 0.2) + \bar{\lambda}_y^2) \quad (2.63)$$

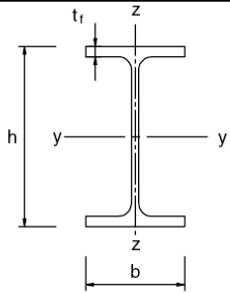
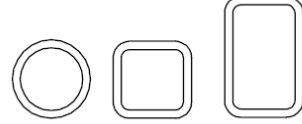
Tässä α on kuvan 2.9 ja taulukon 2.1 mukaisesti poikkileikkauksen tyypistä ja mitoista riippuva epätarkkuuskerroin.

Taulukko 2.1: Epätarkkuustekijän valinta

Nurjahduskäyrä	a ₀	a	b	c	d
Epätarkkuustekijä α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Nurjahduksen pienennyskerroin χ_y on eurokoodien mukaan tällöin:

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} \quad (2.64)$$

Poikkileikkaus		Rajat		Nurjahdus ko. akselin suhteen	Nurjahduskäyrä	
					S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Valssatut profiilit		$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y – y z – z	a b	a ₀ a ₀
			$40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y – y z – z	b c	a a
		$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y – y z – z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y – y z – z	d d	c c
Rakenneputket		Kuumamuovattu		Kaikki	a	a ₀
		Kylmämuovattu		Kaikki	c	c

Kuva 2.9: Nurjahdukseen liittyvät epätarkkuuskertoimet valmisprofileille

Akselin z suhteen tapahtuvassa nurjahduksessa kaavat ovat vastaavat, mutta nurjahduspituudet ja neliösäteet valitaan kyseessä olevan akselin mukaan.

Kiepahduksen momenttikestävyyttä pienentävä kerroin lasketaan samantyyppisesti. Ensin määritetään kimmoteorian mukainen kriittinen kiepahdusmomentti M_{cr} , joka riippuu tuennasta ja momenttipinnan muodosta. Se avulla saadaan muunnettu hoikkuus λ_{LT}^- kaavalla

$$\lambda_{LT}^- = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad (2.65)$$

Tällöin apusuure ϕ_{LT} saadaan kaavalla

$$\phi_{LT} = 0.5(1 + \alpha(\lambda_{LT}^- - 0.2) + \lambda_{LT}^{-2}) , \quad (2.66)$$

missä α on kiepahduksen epätarkkuustekijä, joka riippuu poikkileikkauksen mitoista, ja pienennyskerroin χ_{LT} kaavalla

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^{-2}}} . \quad (2.67)$$

Kuitenkin kunkin pienennyskertoimen tulee toteuttaa ehto

$$\chi_i \leq 1 . \quad (2.68)$$

2.4.5 Globaali stabiilisuus ja geometrinen epälineaarisuus

Rakenteen analysoinnissa voidaan käyttää täysin lineaarista teoriaa, jos kriittinen kuormituskerroin α_{crit} toteuttaa ehdon

$$\alpha_{crit} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \quad (2.69)$$

toteutuu. Yhtälössä F_{cr} tarkoittaa kriittistä kuormaa ja F_{Ed} mitoituskuormaa. Mikäli ehto ei toteudu, täytyy rakenteen geometrinen epälineaarisuus ottaa huomioon kertomalla voimasuureita kertoimella

$$\alpha = \frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{crit}}} . \quad (2.70)$$

Jos kuormituskerroin α_{crit} täyttää ehdon

$$\alpha_{crit} \leq 3 , \quad (2.71)$$

täytyy Eurokoodin mukaan käyttää tarkempaa geometrisen epälineaarisuuden huomioon ottavaa menetelmää³.

2.4.6 Liitokset

Teräsrakenteiden liitoksia käsittelevän EN-standardin [44] mukaan liitosta voidaan laskennassa pitää täysin jäykkänä, jos sen rotaatiojäykkyys k toteuttaa ehdon

$$k \geq \frac{25EI}{L} \quad (2.72)$$

ja täysin nivelisenä, jos se toteuttaa ehdon

$$k \leq \frac{EI}{2L} . \quad (2.73)$$

Käyttäen liitoksen jäykkyyden mittarina kappaleessa 2.3.4 määriteltyä kiinnittyneisyysastetta saadaan epäyhtälöstä 2.72 muodostettua alaraja jäykän liitoksen kiinnittyneisyysasteelle

$$\alpha \geq \frac{25}{28} \approx 0,893 \quad (2.74)$$

ja epäyhtälöstä 2.73 yläaraja nivelisen liitoksen kiinnittyneisyysasteelle

$$\alpha \leq \frac{1}{7} \approx 0,143. \quad (2.75)$$

³Mikä tuo menetelmä voisi olla, ei kerrota, mutta selvää on, että noin alhaisen kuormituskerroimen rakenteet ovat erikoistapauksia.

Jos siis kiinnittyneisyysaste on välillä $1/7 \dots 25/28$, täytyy liitosten jousto ottaa huomioon rakenneanalyysissa.

Jos kehän jäykistysjärjestelmä pienentää vaakasuuntaisia siirtymiä vähintään 80 prosentilla, on täysin jäykäksi katsottavan liitoksen jäykkyyden raja-arvo

$$k \geq \frac{8EI}{L}. \quad (2.76)$$

Tämä tarkoittaa kiinnittyneisyysasteella ilmaistuna arvoa

$$\alpha \geq \frac{8}{11} \approx 0,727. \quad (2.77)$$

2.4.7 Kehärakenteen palkkien yhteisvaikutusehdot

Kehärakenteen kunkin palkin tulee toteuttaa seuraavat yhtälöt:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (2.78)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1, \quad (2.79)$$

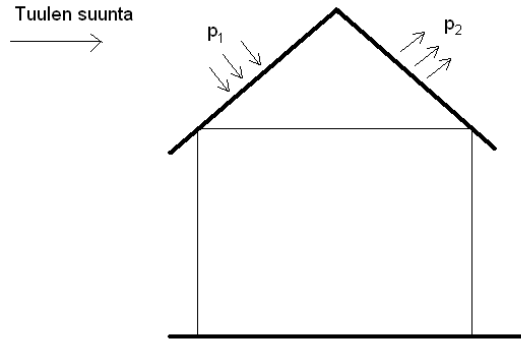
missä N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ ja $M_{z,Ed}$ ovat puristusvoiman ja maksimimomenttien (akselien y-y- ja z-z suhteen) mitoitusarvoja, χ_y ja χ_z ovat taivutusnurjahduksen pienennystekijöitä, χ_{LT} on kiepahduksen pienennystekijä ja k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} ja k_{zz} ovat yhteisvaikutustekijöitä. Yhteisvaikutustekijät sekä nurjahduksen ja kiepahduksen pienennystekijät voidaan laskea kahdella erilaisella lähteessä [43] esitetyllä tavalla. Tekijät määräytyvät muun muassa momenttipintojen M_z ja M_y muodon, profiilin tyypin ja poikkileikkausluokan mukaan. Tässä esityksessä käytetään tapaa 2.

2.5 Kuormitukset

Standardi EN 1991: Actions on Structures määrittelee rakenteiden lujuuslaskelmissa käytettävät kuormat. Eurokoodin peruseriaate luonnonkuormille on, että lumi- ja tuulitilastojen perusteella saadaan tietyn halutun riskitason ominaiskuormat, joita kerrotaan kuormien osavarmuusluvulla. Näin saadaan laskentakuorma, jota käytetään rakenteen kestävyuden laskennassa.

2.5.1 Tuulikuorma

Tarkasteltaessa rakennuksen kattoa, peltiin kohdistuu yleensä tuulen puoleiselle katon osalle positiivinen paine ja suojan puoleiseen osaan negatiivinen paine periaatekuvan 2.10 mukaisesti. Kuvan paineita p_1 ja p_2 voidaan arvioida monella tapaa.



Kuva 2.10: Tuulikuorman periaatekuva

Eurokoodi tarjoaa joillekin kattomuodoille kertoimia, joiden avulla tuulen nopeuspaineesta saadaan kattoon vaikuttava paine ratkaistua.

Tuulen maksiminopeuden katsotaan Eurokoodissa riippuvan rakennuksen korkeudesta, ympäröivästä maastosta ja sen rakennuksista sekä alueelle ominaisesta tuulen nopeudesta.

2.5.2 Lumikuorma

Eurokoodin mukaan rakenteeseen kohdistuvaa lumikuormaa arvioidaan pitkäaikaisista lumitilastoista koottujen lumikarttojen avulla. Laskentakaavassa maan pinnan lumikuorman arvoa korjataan mainituilla muoto- ja tuulensuojaisuuskertoimilla, jolloin saadaan lopullinen lumikuorman ominaisarvo

$$s = \mu_i C_e C_t s_k , \quad (2.80)$$

missä μ_i on lumikuorman muotokerroin

C_e tuulensuojaisuuskerroin

C_t lämpökerroin

s_k maanpinnan lumikuorman ominaisarvo

Kertoimien numeroarvot määrätään yksityiskohtaisesti riippuen rakennuskohteen olosuhteista lähteessä [41].

3. OPTIMOINTIMENETELMÄ

3.1 Menetelmän valinta

Tarkasteltaessa valmiista profiileista valmistettavaa teräksistä kehärakennetta mitoitusoptimoinnin ongelma johtaa diskreettiin tehtävään. Teräsprofiilit pitää valita tietyistä rajallisesta joukosta siten, että kunkin rakenteen lujuus-, stabiilisuus- ja siirtymävaatimukset tulevat täytetyksi ja valitun kriteerin mukaan saadaan paras mahdollinen ratkaisu. Diskreetin tehtävän kohde- ja rajoitusehtofunktioiden derivaatat eivät ole välttämättä muodostettavissa edes differenssin avulla.

Muodon optimoinnissa muuttujina on rakenteen mittoja. Nämä ovat luonnollisesti jatkuvia muuttujia ja näin ollen tehtävään on käytettävissä myös jatkuvamuuttujaisen tehtävän ratkaisumenetelmät. Kuitenkaan muodon optimointi ei ainakaan kehärakenteessa ole välttämättä kovin mielekäs tehtävä sellaisenaan ilman, että samalla tehtäisiin myös mitoitusoptimointi, mikä puolestaan johtaa sekalukutehtävään.

Monet klassiset menetelmät edellyttävät rajoitusehto- ja kohdefunktioiden derivaattojen muodostamista. Rajoitusehdot, joita tässä työssä ratkaistavissa optimointiongelmassa käsitellään, on kirjoitettu suunnittelustandardien mitoitusmenettelyn pohjalta. Kuten nähdään mitoitusmenettelyä kuvaavasta kappaleesta 2.4, tulee rajoitusehtofunktioista paikoin epäjatkuvia. Näin ollen myös niiden derivaatat suunnittelumuuttujien suhteen ovat joillakin muuttujien arvoilla mahdottomia muodostaa.

Näin tyypilliseen kehärakenteen optimointiongelmaan, jossa rajoitusehtoina käytetään nykyaikaisia suunnittelustandardeja, on syytä valita menetelmä, jolla pystytään ratkaisemaan tehokkaasti sekalukuongelmia ja joka ei edellytä kohde- ja rajoitusehtofunktioiden derivaattojen muodostamista. Eräs tällainen menetelmä on *parveilualgoritmi* (PSO, particle swarm optimization), joka on yleiskäyttöinen heuristinen populaatiopohjainen ratkaisualgoritmi. Joitakin heurististen menetelmien hyviä ja huonoja puolia on lueteltu oheisessa taulukossa.

3.2 Parveilualgoritmi

Parveilualgoritmin idea on matkia ruokaa tai pesintäpaikkaa hakevan eläinparven sosiaalista käyttäytymistä luonnossa. Parven jäsenten on hyödyllistä jakaa ympäristössä samaansa tietoa ja hyödyntää muiden jäsenten kokemuksia. Parveilualgoritmin

Hyviä puolia	Huonoja puolia
<ul style="list-style-type: none"> • Joustavia • Idealtaan yksinkertaisia ja helposti ohjelmoitavia • Ei tarvetta herkkyystarkastelulle • Kyky välttää heikoilta lokaaleilta optimeilta • Rinnakkaisajettavia • Nopea tuloskehitys ensimmäisillä iteroitukierroksilla • Rakenneanalyysi voi olla ”musta laatikko”, jonka tarkkaa toimintaa ei tunneta • Sama käsittely hankalille ja helppoille ongelmille (lineaarinen-epälineaarinen, konveksi-epäkonveksi) 	<ul style="list-style-type: none"> • Edellyttävät suurta määrää funktioiden evaluointeja (rakenneanalyysijä) • Ratkaisun laatua ei tiedetä • Paljon algoritmeja ja niihin liittyviä parametreja • Herkkyyssinformaatio ei saatavilla • Kuinka käsitellä rajoitusehdot? • Stokastiset algoritmit vaativat useita optimointiajoja

Taulukko 3.1: Heurististen menetelmien ominaisuuksia

idea esiteltiin 1995 [25] ja sitä on sovellettu moniin eri sovellusalueiden ongelmiin tutkimuksessa. Kantavien rakenteiden optimoinnin ongelmiin sitä on sovellettu esimerkiksi lähteissä [24] ja [12].

Algoritmissa jäsenen i uusi paikka \mathbf{x}_{k+1}^i iteraatiokierroksella k riippuu sen nykyisestä paikasta \mathbf{x}_k^i ja nopeudeksi kutsutusta termistä \mathbf{v}_{k+1}^i

$$\mathbf{x}_{k+1}^i = \mathbf{x}_k^i + \mathbf{v}_{k+1}^i. \quad (3.1)$$

Nopeus lasketaan kaavasta

$$\mathbf{v}_{k+1}^i = w\mathbf{x}_k^i + c_1p_1(\mathbf{p}_k^i - \mathbf{x}_k^i) + c_2p_2(\mathbf{p}_k^g - \mathbf{x}_k^i), \quad (3.2)$$

missä \mathbf{p}_k^i on jäsenen i ja \mathbf{p}_k^g koko parven löytämä paras paikka iteraatiokierrokseen k mennessä. Tällöin siis ainakin yhden jäsenen paras paikka vastaa koko parven löytämää parasta paikkaa. Kerrointa w kutsutaan inertiaaksi, r_1 ja r_2 ovat satunnaislukuja siten, että $r_1, r_2 \in [0, 1]$, ja c_1 ja c_2 skaalausparametreja. Inertia w kontrolloi, kuinka laajasti hakuavaruutta tutkitaan optimoinnin aikana, ja tyypillinen valinta sen suuruudelle on $0,8 \leq w \leq 1,4$. Inertiaa voidaan muuttaa optimoinnin kuluessa,

jolloin w :n arvo on aluksi suurempi ja pienenee optimoinnin edetessä, kun haku tarkentuu lupaavimmille alueille hakuavaruudessa. Skaalausparametrit c_1 ja c_2 kontrolloivat miten paljon parven jäsen i luottaa itseensä ja toisaalta parveen. Tyypillinen valinta niille on $c_1 = c_2 = 2$.

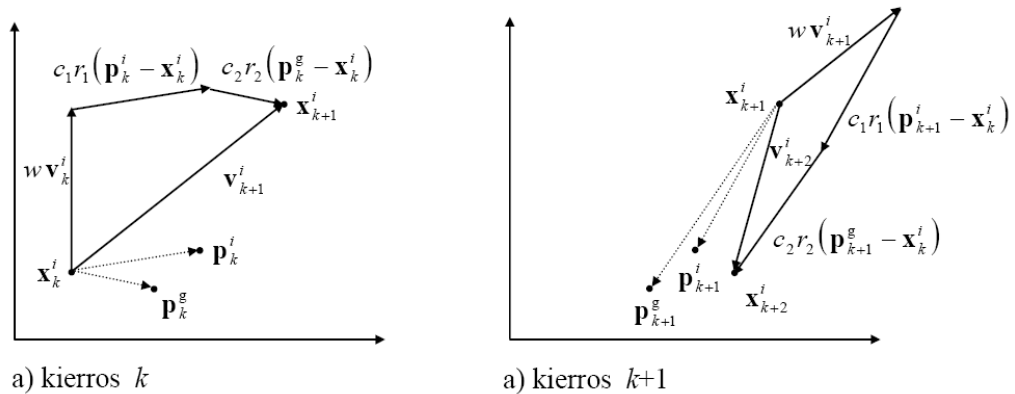
Parveilualgoritmi on periaatteessa suunnittelumuuttujiltaan jatkuvien optimointiongelmiin ratkaisumenetelmä. Diskreetit suunnittelumuuttujat voidaan huomioida yksinkertaisesti pyöristämällä muuttujien arvot aina lähimpään sallittuun arvoon. Rajoitusehdot käsitellään parveilualgoritmissa sakottamalla epäkäypä ratkaisuita verrannollisesti niiden epäkäypyyteen nähden. Standardimuotoinen epäyhtälörajoitettu optimointiongelma

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ g_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.3)$$

korvataan uudella rajoittamattomalla ongelmalla

$$\min f(\mathbf{x}) \left[1 + \sum_{g_i(\mathbf{x}) > 0} Rg_i(\mathbf{x}) \right], \quad (3.4)$$

missä R on sakkokerroin, joka määrää miten paljon parven jäsenten hyvyyttä punnittaessa painotetaan kohdefunktion arvoa ja miten paljon käypyyttä. Jos sakkokerroin valitaan liian pieneksi, tulevat turhan monet parven jäsenet epäkäyviksi, ja jos taas se valitaan liian suureksi, karsiutuvat hyvät ja vain hieman epäkäyvät jäsenet pois. Sakotuksessa tulee pitää kirjaa parhaasta tiedetystä käyvästä ratkaisusta, koska muuten paras tiedetty ratkaisu \mathbf{p}_k^g voi olla epäkäypä.



Kuva 3.1: Parveilualgoritmin iteraatioaskeleet a) pisteestä x_k^i pisteeseen x_{k+1}^i ja b) pisteestä x_{k+1}^i pisteeseen x_{k+2}^i . Nopeuden v_2 lausekkeessa inertiaan liittyvä termi $w\mathbf{v}_k^i$ suuntaa etsintää laajemmalle hakuavaruudessa ja pisteisiin \mathbf{p}_k^g ja \mathbf{p}_k^i liittyvät termit kohti lupaaviksi osoittautuneita alueita.

Lopetuskriteerinä voidaan käyttää ennalta valittavaa iteraatiokierrosten lukumäärää k^{max} tai vaihtoehtoisesti tarkkailla parhaan tiedetyn kohdefunktion arvon $f(\mathbf{p}_k^g)$ kehitystä ja lopettaa optimointi ellei se ole enää parantunut \bar{k}^{max} kierroksen kuluessa.

4. OPTIMOINTIONGELMA

Kehärakenteen optimointiongelmää tarkasteltaessa voidaan muuttaa topologiaa, kehän muotoa ja palkkien kokoja optimoinnin aikana. Topologiat täytyy valita ennalta määrätystä valikoimasta topologioita. Kun käytetään valmisprofiileja, niiden koot valitaan myös valitusta ryhmästä I- tai putkiprofiileja. Kehän muotoon liittyvät mitat puolestaan ovat jatkuvia muuttujia.

4.1 Kohdefunktio

Optimoinnin yleisin tavoite on saada rakenteista mahdollisimman halpoja. Koko elinkaaren kustannus teräksiselle kehärakenteelle muodostuu suunnittelusta, materiaalista, valmistuksesta, kuljetuksesta, pystytyksestä, ylläpidosta ja purkamisesta ja näin ollen olisi perusteltua kirjoittaa kohdefunktio, jossa nämä tekijät olisi otettu sopivalla tavalla huomioon. Tästä huolimatta usein käytetty kohdefunktiovalinta on rakenteen materiaalityyppi tai käytetyn materiaalin massa. Tälle lähestymistavalle on esitetty aiheellista kritiikkiä muun muassa lähteessä [20]. Materiaalikustannus edustaa vain noin kolmasosaa koko rakenteen kustannuksesta. Jakauma luonnollisesti riippuu työn hinnasta. Läntisessä Euroopassa työn ollessa suhteellisen kallista muodostuu hitsatun putkiristikon kustannuksesta noin kolmasosa materiaalikulusta [45]. Kuitenkin massan ja kustannuksen korrelaatio on hyvin vahva ja näin ollen massan käyttö rakennetyypin pysyessä samana voi olla perusteltua.

Nyt tarkastellaan vain yhtä sovelluskohdetta eli pyöreää kattokehää, joten rakenteen massa otetaan kohdefunktioksi. Kunkin palkin massa on suoraan verrannollinen materiaalityyppiin, joka voidaan kirjoittaa palkin pituuden ja pinta-alan tulona

$$V_i = A_i L_i. \quad (4.1)$$

Koska kaikki palkit ovat samaa materiaalia - terästä - saadaan rakenteen massa kertomalla kaikkien palkkien yhteenlaskettu materiaalityyppi materiaalin tiheydellä ρ . Näin saadaan optimoinnin kohdefunktioksi

$$m = \rho \sum_{i=1}^n A_i L_i, \quad (4.2)$$

missä n on palkkien lukumäärä.

Palkkien pituudet lasketaan laaditussa ohjelmassa solmupisteiden etäisyyksistä joten ne eivät ole täysin tarkkoja pituuksia, sillä liitoskin - toteutustavasta riippuen - vie tilaa ja näin ollen lyhentää itse palkkia hieman. Näin ollen esitetyllä tavalla laskettua rakenteen massaa ei välttämättä voi verrata todellisiin rakenteisiin aivan suoraan.

4.2 Rajoitusehdot

Optimointiongelman rajoitusehdot voidaan muodostaa monella tavalla. Eräs lähestymistapa voidaan ottaa suunnittelustandardeista vaatimalla, että kaikkien palkkien tulee toteuttaa Eurokoodin yhteisvaikutusehdot 6.61 ja 6.62 (tässä työssä kaavat 2.78 ja 2.79) ja rakenteen lineaarisen stabiilisuusteorian mukaan laskettu kuormituskerroin α_{crit} tulee olla yli kolme kullekin kuormitustapaukselle, jotta välttytään standardissa edellytetyltä epälineaariselta laskennalta.

Rajoitusehtojen arvojen evaluoimiseksi täytyy suorittaa lineaarinen staattinen analyysi, jonka voimasuureita korjataan kaavan 2.70 kertoimella, mikäli kuormituskerroin toteuttaa ehdon 2.69. Tähän tarvitaan lineaarisen stabiilisuusteorian ominaisarvongelman ratkaisu, josta saadaan myös suoraan stabiilisuusehtoon tarvittava informaatio.

Rajoitusehdoissa voimasuureet lasketaan murtorajatilassa eli käyttäen osavarmuuskertoimia. Pysyvän kuorman kerroin γ_g on 1,15 ja muuttuvan kuorman kerroin γ_k 1,5. Käyttörajatilaa eli esimerkiksi taipumaan tai värähtelyyn liittyvää rajatilaa ei Eurokoodissa määritellä, vaan taipuman raja-arvot jätetään suunnittelijan ja rakenteen tilaajan sovittaviksi. Näin ollen käyttörajatiloja ei ole sisällytetty rajoitusehtoihin.

Toinen optimointikirjallisuudessa yleisempi lähestymistapa on vaatia, ettei rakenteen jännitys missään kohta ylitä jotakin raja-arvoa. Usein tämä raja-arvo on lujuusopin kirjoissa teräsrakenteilla materiaalin myötöraja. Ottaen huomioon vain taivutus ja normaalivoima, voidaan palkin jännitys kirjoittaa halutussa poikkileikkauksessa kaavalla

$$\sigma(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y}z + \frac{M_z}{I_z}y \quad (4.3)$$

otaksuen kaksoissymmetrinen poikkileikkaus ja että jännityksen raja-arvo on puristus- ja vetosuuntaan sama, että voimaresultantit N , M_y ja M_z saavat itseisarvoltaan suurimman arvonsa samassa poikkileikkauksessa, voidaan kirjoittaa ehto

$$\left(\frac{|N|}{A} + \frac{|M_y|}{W_y} + \frac{|M_z|}{W_z} \right) / f_y \leq 1. \quad (4.4)$$

missä jännityksen raja-arvoksi on otaksuttu materiaalin myötöraja f_y .

Tässä esityksessä käytetään rajoitusehtoina pääsääntöisesti ensin mainittua ta-

paa, jossa kestävyystarkastelu tapahtuu Eurokoodin mukaan. Kuitenkin vertailun vuoksi muodostetaan ja ratkaistaan ongelma myös kaavan 4.4 mitoitusmenettelyyn nojautuen. Joka tapauksessa tässä esityksessä mitoitusmenettely kuvataan muodossa

$$K = \frac{\text{vaikutus}}{\text{kestävyys}} \leq 1. \quad (4.5)$$

4.3 Suunnittelumuuttujat

Suunnittelumuuttujiksi voidaan valita mitä tahansa rakenteen mittoja tai ominaisuuksia. Käytännössä järkevimmit lienevät sellaiset, joilla on merkitystä rajoitusehtojen toteutumisen ja kohdefunktion arvon määräytymisen kannalta. Tällaisia muuttujia kantavien rakenteiden optimoinnissa tyypillisesti ovat topologia-, geometria- ja poikkipintamuuttujat. Ensimmäiseksi ja viimeiseksi mainitut ovat kehärakenteen tapauksessa yleensä diskreettejä muuttujia eli ne voivat saada vain tiettyjä arvoja ennalta valitusta joukosta. Sen sijaan muodon optimointiin liittyvät muuttujat ovat tyypillisesti jatkuvia.

4.4 Tehtävän muotoilu

Tehtävä edellä kuvatuin ominaisuuksin voidaan muotoilla yleisessä tapauksessa seuraavasti

$$\min m(\mathbf{x}) = \rho \sum_{i=1}^{n_e} A_i(\mathbf{x}) L_i(\mathbf{x}) \quad (4.6)$$

$$\text{sitte, että } g_{k,jk}(\mathbf{x}) = K_{jk}(\mathbf{x}) - 1 \leq 0, j \in [1, n_e], k \in [1, n_{lc}] \quad (4.7)$$

$$g_{s,k}(\mathbf{x}) = -\alpha_{crit,k}(\mathbf{x}) + \alpha_{lim} \leq 0, k \in [1, n_{lc}] \quad (4.8)$$

Tässä \mathbf{x} tarkoittaa suunnittelumuuttujien vektoria, A_i palkin i poikkipinta-alaa, L_i palkin i pituutta, $g_{k,jk}$ kestävyysrajoitusehtoa palkille j kuormitustapauksessa k , K_{jk} yksittäiselle palkille j suoritettavasta kestävyystarkastelusta saatavaa arvoa kuormitustapauksessa k , $g_{s,k}$ stabiilisuusrajoitusehtoa kuormitustapauksessa k , $\alpha_{crit,k}$ kuormitustapauksen k kriittistä kuormakerrointa, α_{lim} kriittisen kuormakerroimen alarajaa.

5. LASKENTAESIMERKKI

5.1 Rakenne

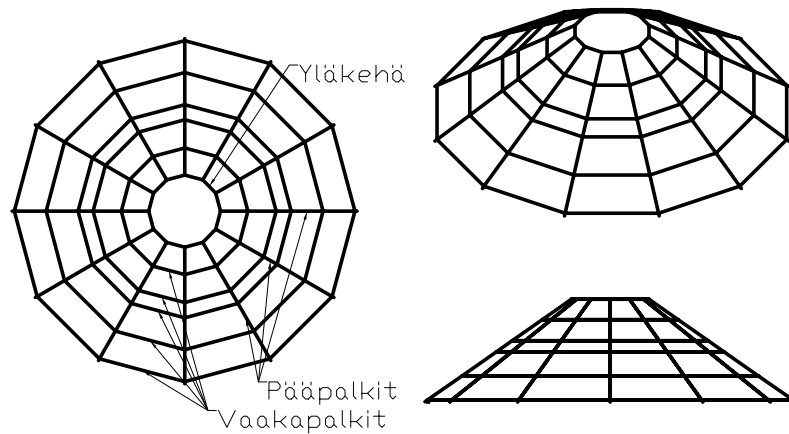
Tarkastellaan pyöreää kattoa, josta nähdään esimerkki kuvassa 5.1. Kuvan rakenne on kuorirakenne, jolloin kattopelti on samalla kantava rakenne. Nyt tarkasteltavana on kehämäinen toteutus, jossa ristikko tai kehä¹ kannattelee kattopeltejä. Kantava rakenne muodostuu kuvan 5.2 mukaisesti pääpalkeista ja vaakapalkeista, joihin on kiinnitetty teräksinen profilipelti. Lisäksi tarkastellaan vaihtoehtoista rakennetta, jossa edellisten lisäksi mukana on rakenteen jäykkyyttä ja stabiilisuutta lisäävät vinotuet kuvan 5.5 mukaisesti. Profilipeltien ei otaksuta osallistuvan ristikon toimintaan muuten kuin että ne välittävät lumi- ja tuulikuormat palkeille. Palkkien väliset liitokset ovat ruuviliitoksia. Valmisprofiilien materiaali on teräs S355, jonka myötölujuus f_y on 355 MPa. Palkkien orientaatio käy ilmi kuvasta 5.4.



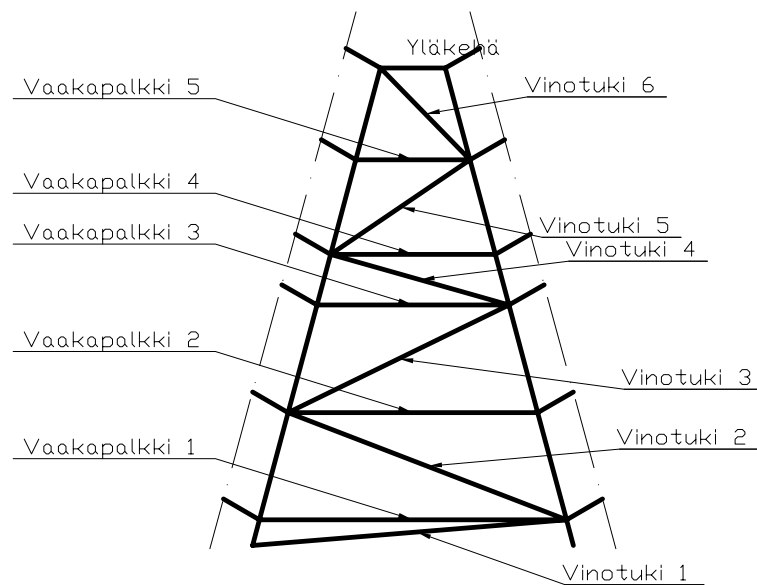
Kuva 5.1: Tyypillinen sovellutus pyöreästä katosta, teollisuussäiliö

Vertailukohtana käytettävässä olemassa olevassa rakenteessa pääpalkit ovat I-profiileja HEA260 ja vaakapalkit joko neliöputkiprofiileja (140x6,3 mm) tai z-profiileja, siten että joka toinen vaakapalkki on putkiprofiili (kuvan 5.3 numeroinnin mukaan vaakapalkit 1, 3 ja 5) ja joka toinen on z-profiili (palkit 2 ja 4). Laskennan kannalta z-profiilit ovat hieman ongelmallisia, sillä ne eivät ole kaksoissymmetrisiä, kuten neliöputket ja I-profiilit. Osa Eurokoodien laskentaohjeista on otaksuttu kaksoissymmetrisille profiileille. Lisäksi laskennassa käytettävän elementin osalta on otaksuttu,

¹Yleensä tasorakenteista puhuttaessa kehällä tarkoitetaan ristikköä, jonka liitokset ovat jäykät. Nyt rakenne on kolmiulotteinen ja siinä on monenlaisia liitoksia, joten erottelu ei ole täysin selvä.



Kuva 5.2: Alkuperäinen rakenne

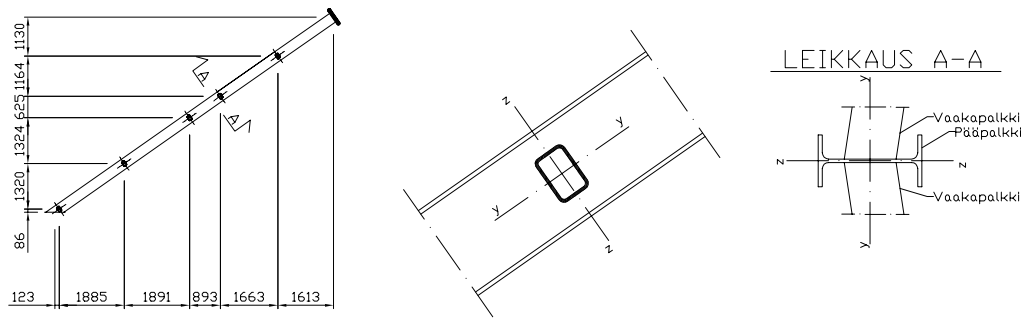


Kuva 5.3: Vaakapalkkien ja vinotukien numerointi

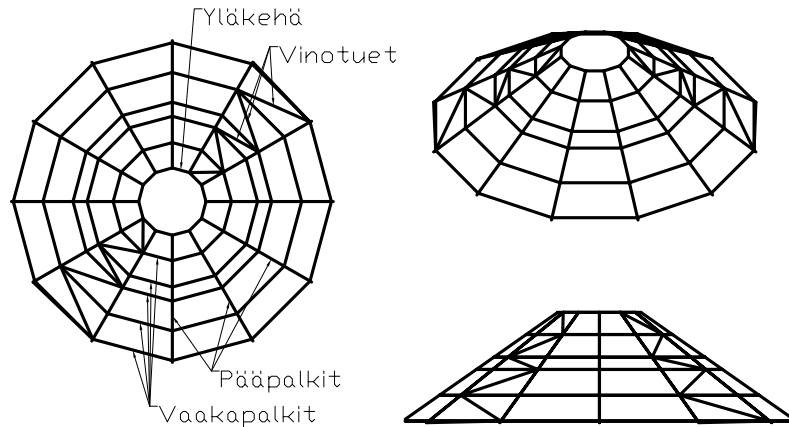
että kyseessä on poikkileikkauksen pääkoordinaatisto, joka olisi z-profilin tapauksessa eri suuntainen kuin missä suunnissa z-profilien poikkileikkaussuureet on annettu. Poikkileikkaussuureet voisi toki laskea mittojen avulla myös pääkoordinaatistossa, mutta se on hankalaa. Näin ollen ne on optimoinnissa korvattu neliöputkiprofiileilla, joilla on kaksoissymmetrisyyden lisäksi muitakin hyviä puolia. Ne ovat melko jäykkiä ja kestäviä molempien suuntien taivutuksen kannalta ja varsinkin vääntöjäykkyytensä puolesta huomattavasti avoimia poikkileikkauksia parempia.

Tarkastelussa oli myös vaihtoehtoinen topologia, jossa rakenteeseen lisätään vinosauvoja kuvan 5.5 mukaisesti. Niiden lisäämisen tarkoitus on lisätä rakenteen jäykkyyttä ja stabiiliutta.

Näiksi lisäjäykisteiksi käytetään neliöputkiprofiileja niiden edellä kuvailtujen edullisten ominaisuuksien vuoksi.



Kuva 5.4: Palkkien orientaatio ja rakenteen mitat



Kuva 5.5: Vinosauvoilla täydennetty topologia

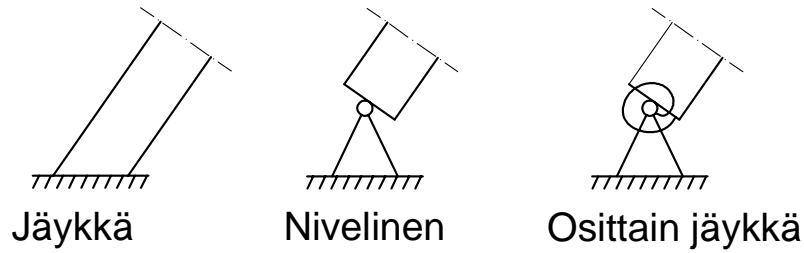
5.2 Laskentamalli ja rakenneanalyysi

Laskenta toteutetaan elementtimenetelmällä käyttäen työn osassa esiteltyä 12 vapausasteen palkkielementtiä, jossa taivutuksen rotaatiovapausasteet voivat olla joustavasti tuetut. Nyt kuitenkin liitosdetaljit eivät ole ennalta tiedossa ja niiden käsittely olisi työlästä ², joten aluksi lähdetään olettamuksesta, että liitokset ovat joko täysin nivelisiä tai täysin jäykkiä, kuten voidaan toimia, jos kaavojen 2.72 ja 2.73 jäykkyysvaatimukset liitoksen suhteen pitävät paikkansa. Tällöin itse liitoksen suunnittelu voidaan sivuuttaa optimointitehtävän ulkopuolelle, mikä helpottaa tehtävää huomattavasti.

Palkkien väliset liitokset toteutetaan ruuviliitoksin siten, että kaikki muut liitokset otaksutaan jäykiksi paitsi vaakapalkkien kiinnitykset pääpalkkeihin. Niiden otaksutaan olevan täysin nivelisiä. Kuitenkin tiedetään, että momenttijäykkä liitos pääpalkin kiinnityksessä alempaan rakenteeseen rasittaa alempaa rakennetta, joten eräänä rakennevaihtoehtona tarkastellaan myös rakennetta, jossa kyseinen liitos olisi toteutettu nivelisesti tai joustavasti (kuva 5.6).

Laskennassa kukin vaakapalkki on mallinnettu yhdellä palkkielementillä ja kukin pääpalkki taas jokaisen liitoskohdan väliltä yhdellä elementillä, jolloin kutakin

²Joskin mahdollista. Eräs tapa tähän on putkiristikoiden osalta esitetty lähteessä [38]

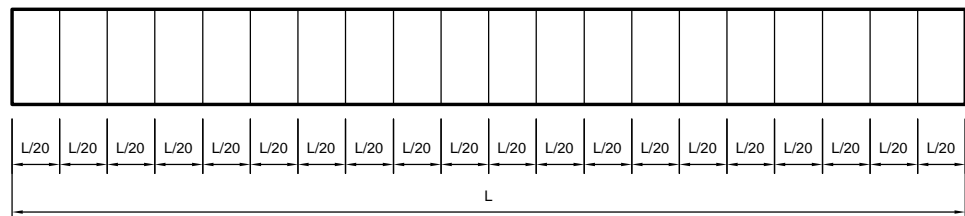


Kuva 5.6: Liitosotaksumat

pääpalkkia kohti on kuusi elementtiä, mikä on riittävästi, että pääpalkin mahdollinen nurjahdus tulee huomioonotetuksi globaalia stabiilisuutta tarkasteltaessa. Vaakapalkkien tapauksessa nurjahdus tulee huomioonotetuksi yhteisvaikutuskaavoissa sikäli, kun niihin edes tulee puristusrasitusta, joten globaalin stabiilisuustarkastelun kannalta niitä ei ole tarpeen mallintaa usemmalla kuin yhdellä elementillä. Myös stabiilisuutta ja jäykkyyttä lisäävät tuet mallinnetaan yhdellä palkkielementillä samasta syystä.

Suhteellisen massiivinen yläkehä (nähdään kuvassa 5.11) mallinnettiin myös palkkielementein otaksuen ne kuitenkin hyvin jäykiksi. Näin alkuperäisen rakenteen rakennemallissa on 144 elementtiä. Vapausasteita mallissa on 504. Muunnetussa topologiassa puolestaan on 168 elementtiä ja 504 vapausastetta. Vapausasteiden määrä pysyy samana, koska käytetyssä joustavasti tuetussa palkkielementissä ei liitoksen rotaatio ole oma vapausasteensa.

Statiikan ratkaisun lisäksi tarvitaan kullekin kuormitustapaukselle lineaarisen stabiilisuusteorian ratkaisu. Sen avulla tarvittaessa kerrotaan rasituksia kaavalla 2.70 saatavalla kertoimella. Rasitusten arvot lasketaan 21 kohdassa elementtiä kuvan 5.7 mukaisesti ja niistä valitaan itseisarvoltaan suurimmat arvoiksi, joilla evaluoidaan kaavojen 2.78 ja 2.79 mukaiset yhteisvaikutukset kullekin elementille ja kuormitustapaukselle. Kohdat on valittu jakamalla elementti 20 yhtä suureen osaan pitkittäissuunnassa.



Kuva 5.7: Elementti jaetaan 20 yhtä pitkään osaan pitkittäissuunnassa

5.3 Rakenteen kuormitus

Rakennetta kuormitetaan laskentamallissa kolmella eri kuormitustapauksella. Näiden tapausten otaksutaan kattavan vaarallisimmat olosuhteet, joihin säiliön katto-rakenteen voidaan olettaa joutuvan. Luonnonkuormien eli lumi- ja tuulikuormien suu-
ruudet on valittu eurokoodien kuormitusohjeista ja -kartoista siten, että olosuhteet ovat tyypilliset Etelä-Suomen olosuhteet. Kuormitustapaukset ovat seuraavat:

1. Yhdistetty lumi- ja tuulikuorma ja oma paino
2. Yhdistetty tuuli- ja lumikuorma ja oma paino
3. 40 asteen lämpötilan muutos asennuslämpötilaan (asennuslämpötilaksi otaksuttu 0 astetta. Suomessa vuoden sisällä vaihtelu on jotakuinkin -40...+40 asteen välissä) ja oma paino

Kuormien yhdistäminen kuormitustapauksessa 1 ja 2 tapahtuu lähteen [40] mukaan yhdistelykertoimilla

$$Q = \gamma_g q_g + \gamma_k Q_{klumi} + \Phi_0 \gamma_k Q_{ktuuli} \quad (5.1)$$

tai kertoimilla

$$Q = \gamma_g q_g + \gamma_k Q_{ktuuli} + \Phi_0 \gamma_k Q_{klumi}. \quad (5.2)$$

Näissä kaavoissa kuorman osavarmuuskertoimille on käytetty arvoja $\gamma_g = 1,15$ ja $\gamma_k = 1,5$. Yhdistelykerroin Φ_0 saa eri arvoja riippuen mitä kuormia yhdistellään. Tuulelle (kaavassa 5.1) kerroin saa arvon $\Phi_0 = 0,6$ ja lumelle (kaavassa 5.2) $\Phi_0 = 0,7$.

5.3.1 Lumikuorma

Lumikuorman ominaisarvon s_k määrittämiseksi on otaksuttu korkeudeksi merenpinnasta 100 m ja eurocoden lumikarttojen vyöhykenumeroksi 2, mistä seuraa, että $s_k = 2,25 \text{ kN/m}^2$. Lämpökerroin C_t saa arvon 1, paitsi tapauksessa, että rakennuksen sisäpuolinen lämpö lämmittää kattoja ja näin ollen sulattaa lunta, jolloin kerrointa on mahdollista alentaa. Näinhän saattaa olla laita, jos kattoja ei lämpöeristetä, mutta nyt on otaksuttu, että kattoon tulee lämpöeristys. Kolmesta mahdollisesta tuulensuojaisuuskertoimen C_e arvoista on valittu keskimäinen, joka kattaneen tavallisimmat tapaukset. Näillä valinnoilla lumikuorman ominaisarvoksi tulee

$$s = \mu_i C_e C_t s_k = \mu * 1,0 * 1,0 * 2,25 \text{ kN/m}^2 = \mu * 2,25 \text{ kN/m}^2,$$

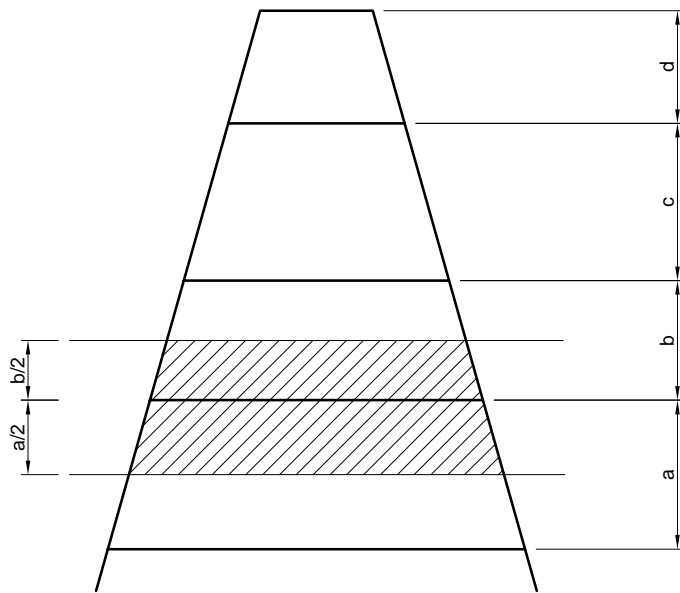
missä kerroin μ riippuu katon kaltevuudesta α_k siten, että

$$\mu = 0,8, \text{ kun } \alpha_k \leq 30^\circ \quad (5.3)$$

$$\mu = \frac{0.8(60^\circ - \alpha_k)}{30^\circ}, \text{ kun } 30^\circ \leq \alpha_k \leq 60^\circ \quad (5.4)$$

$$\mu = 0, \text{ kun } \alpha_k \geq 60^\circ \quad (5.5)$$

Tämä lumikuorma on ajateltu levitetynsi koko katon alueelle, jolloin kattopellit vievät kuormitukset vaakapalkkeille. Kuorman otaksutaan jakautuvan kuvan 5.8 mukaisesti. vaakapalkkien välimatkat ovat a ja b . Keskimmäiselle palkille lumikuormaa otaksutaan kertyvän kuvan viivoitetulta alueelta eli yläpuolella matkan $a/2$ päässä palkista ja alapuolella $b/2$ päässä palkista.



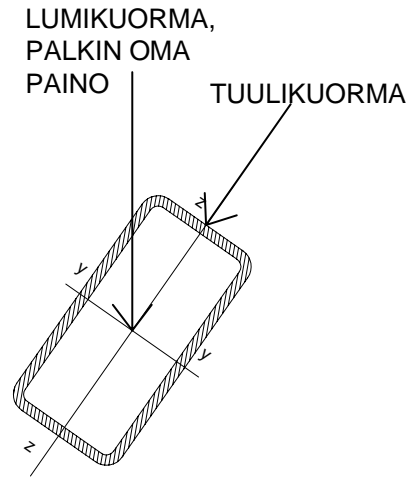
Kuva 5.8: Kuormien jakautuminen palkkeille

Huomionarvoista lumikuormassa on, että se kohdistuu vaakapinta-alaan eli pinta-alaan, joka saadaan, kun katto projisoidaan maanpinnan kanssa samansuuntaiseen tasoon, kun taas tuulikuorma tai kattopellin oma paino lasketaan katon todellisen pinta-alan mukaan.

5.3.2 Tuulikuorma

Tuulikuorman vaakapalkkeille jakautumisen suhteen on tehty sama otaksuma kuin lumikuormankin suhteen. Profiilipelleille tulee painekuorma, joka otaksutaan jakautuvan vaakapalkkeille samalla tavalla kuin lumikuormakin. Paine kuorman suunta on profiilipeltien tasolle kohtisuora. Näin ollen vaakapalkkeille tulee kuormitusta kuvan 5.9 mukaisesti.

Eurokoodin tuulikuormaosa [42] ei käsittele laskentaesimerkin kaltaisia pyöreitä



Kuva 5.9: Kuormien suunnat palkeilla

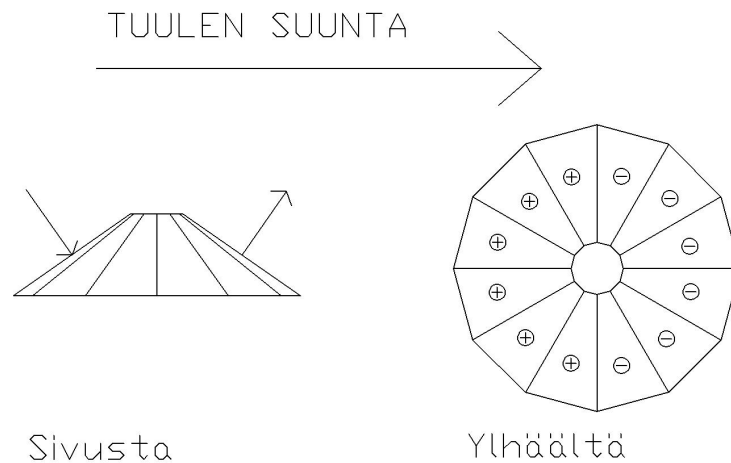
kattoja eikä näin ollen sellaisenaan tarjoa yksinkertaista laskentamenettelyä tarkasteltavan katon tuulikuormalle. Eräs vaihtoehto olisi suorittaa oma numeerinen analyysinsä painekentän selvittämiseksi, kun tuulen nopeus tunnetaan. Tämä vaihtoehto on kuitenkin niin työläs, että tässä työssä on päädytty arvioimaan tuulikuormaa karkeammin.

Tuulikuorman nopeuspaineen arvoksi on valittu $q_p = 750 \text{ N/m}^2$ (maastoluokan II maastossa sijaitseva noin 20 metriä korkea rakennus). Rakennekerroin $c_s c_d$ oletetaan olevan 1. Tuulen puolella paineen oletetaan olevan kattopellille kohtisuoraan rakennuksen sisään ja suojan puolella ulospäin kuvan 5.10 mukaisesti. Kitka oletetaan merkityksettömäksi. Nettopaine kerroin $c_{p,net}$ oletetaan katon kulmasta tai lappeen sijainnista riippumatta olevan 2,0. Tämä arvio on perustettu harja- ja aumakattojen taulukoihin [42, sivut 74-81]. Näin siis kokonaispaineeksi saadaan $q_{w,k} = 2,0 \cdot 0,75 \text{ kN/m}^2 = 1,5 \text{ kN/m}^2$.

5.3.3 Muut kuormat

Muihin rakenteen palkkeihin kuin tuulen ja lumen kuormittamiin ei otaksuta tulevan muita kuormia kuin rakenteiden oma paino ja tietenkin muista rakenneosista välittyvät voimat. Kunkin liitoksen massaksi on otaksuttu 10 kg ja näin ollen kuhunkin solmupisteeseen tulee massan painon suuruiset alaspäin suuntautuvat pistevoimat. Yläkappaleen (kuvassa 5.11) massa esimerkkirakenteessa on 2894 kg ja tämän massan oma paino kohdistuu pääpalkkien yläpalkkien solmuihin ja suuntautuu alaspäin.

Mahdollisia muita kuormia olisivat mahdollisten huoltatasojen ja -portaiden omat painot sekä niiden käytöstä aiheutuvat kuormat. Nyt niitä ei otaksuta olevan.



Kuva 5.10: Kattoon kohdistuvan paineen suunta eri osissa kattoa.

5.4 Optimoinnin eri tapaukset ja tehtävämuotoilut

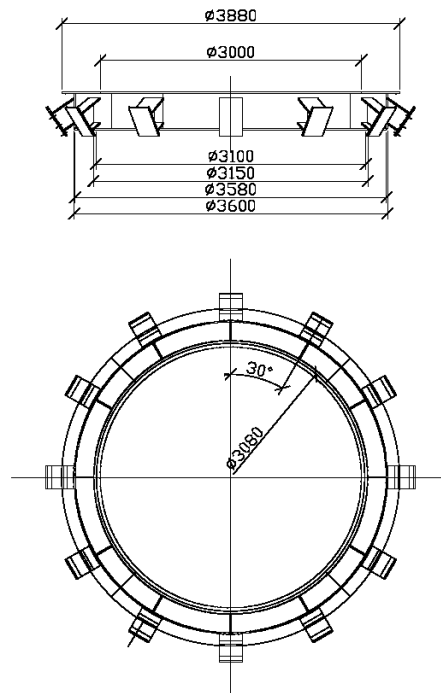
Katon suunnitteluongelmaa tutkittiin erilaisin muuttuja- ja rajoitusehtoyhdistelmin. Eri ongelmien muuttuja- ja rajoitusehtoalinnat nähdään taulukossa 5.3. Taulukossa mitoitusmenettelyille on käytetty numerointia. Numerot tarkoittavat:

1. Kaavan 4.4 mukaista yksittäisen sauvan kestävyystarkastelua ja EC 1993-1-1:n mukaista nurjahdustarkastelua
2. Kaavan 4.4 mukaista yksittäisen sauvan kestävyystarkastelua ja Eulerin teorian mukaista nurjahdustarkastelua
3. Edellä kuvattua EC 1993-1-1:n mukaista kestävyystarkastelua.

Ongelmissa 1-6 on profilimuuttujat ovat

- Pääpalkin profiili
- Vaakapalkkien 1, 3 ja 5 profiili
- Vaakapalkkien 2 ja 4 profiili

Ongelmissa 7-10 pääpalkille ja jokaiselle vaakapalkille on oma muuttujansa. Muotomuuttuja on kaikissa tapauksissa pääpalkin kallistuskulma. Se on diskreetti muuttuja saaden arvoja yhden asteen välein välillä $21, \dots, 54^\circ$. Jos kulma ei ole ongelmassa muuttujana, on se 35 astetta. Liitosmuuttuja tarkoittaa pääpalkin alapään



Kuva 5.11: Yläkehä

liitosta, jonka kiinnittyneisyysaste voi optimoinnissa muuttua välillä $0, \dots, 1$. Tämä muuttuja on jatkuva.

Pääpalkit valitaan I-profilien joukosta, jossa on kolmea eri tyyppivaihtoehtoa, IPE, HEA ja HEB, joissa kussakin on noin 15 profilia valittavana. Muitakin vaihtoehtoja olisi - kuten esimerkiksi HEM-sarja - mutta mainitut kolme sarjaa ovat Suomessa laajimmin käytössä. vaakapalkit valitaan SHS-profilien joukosta, josta on siivottu poikkileikkausluokkia 3 ja 4 edustavat profilit pois [32]. Valikoimissa olevat I-profilit nähdään taulukossa 5.1 ja SHS-profililit puolestaan taulukossa 5.2. Näiden profilien poikkipintasuureet ovat saatavilla I-profilien osalta vaikkapa lähteistä [14] ja SHS-profilien osalta [32, sivut 556-559].

Ongelmissa 11-13 profilimuuttujat ovat

- Pääpalkkien profili
- Vaakapalkkien 1-3 profili
- Vaakapalkkien 4-5 profili
- Vinotukien profili

Ongelmassa 14 puolestaan profilimuuttujat ovat

- Pääpalkkien profili
- Vaakapalkkien 1 ja 2 profili

- Vaakapalkkien 3 ja 4 profiili
- Vaakapalkin 5 profiili
- Vinotukien 1 ja 2 profiili
- Vinotukien 3 ja 4 profiili
- Vinotukien 5 ja 6 profiili

Ongelmissa 15 - 21 pääpalkille, kullekin vaakapalkille 1 - 5 ja kullekin vinotuelle 1 - 6 on omistettu oma muuttujansa, joten profiilimuuttujia on yhteensä 12 kappaletta. Liitos- ja kulmamuuttujien suhteen tilanne topologiassa 2 sama, paitsi ongelmassa 21 myös vaakapalkkien liitosten kiinnittyneisyysasteet ovat mukana tarkastelussa.

Taulukko 5.1: I-profilien valikoima

Tyyppi	Koot	Kpl
IPE	80 - 600	18
HEA	100 - 400	15
HEB	100 - 300	11

Eri tehtävätyypeissä riippuen topologiasta on rajoitusehtoja hieman eri määrä. Tehtävämuotoilurivin 4.7 kuvaaman kaltaisten rajoitusehtojen määrä saada laske-
malla palkkien ja kuormitustapausten määrän tulo. Taas rivin 4.8 kuvaamien stabiiliusrajoitteiden määrä on suoraan kuormitustapausten lukumäärä. Rajoitusehtoja on alkuperäisellä rakenteella 435 ja topologialla kaksi 471 kappaletta.

5.5 Tulokset

Optimointi suoritettiin edellä kuvatuille ongelmille käyttäen taulukossa 5.4 näkyviä parvien kokoja ja kierrosmääriä. Koska tehtävien laajuus kasvaa huomattavasti muuttujien määrää lisättäessä, täytyy myös parvien kokoja ja kierrosmääriä kasvattaa, jotta järkeviä tuloksia voidaan ylipäänsä saavuttaa. Alkupopulaatio arvottiin ja ennen ensimmäistä kierrosta edellytettiin, että vähintään yksi parven jäsen on käypä. Tämä ei ole välttämätöntä, mutta jos alkupopulaation mikään jäsen ei ole käypä, saattaa lopulta käydä niin, että algoritmi ei ole löytänyt yhtään käypää ratkaisua, kun optimointi loppuu. Käyvän yksilön mukanaolo varmistettiin asettamalla yhden parven yksilön profiilivalinnat järeimmiksi mahdollisiksi.

Kaikille tapauksille suoritettiin useita ajoja, kunnes voitiin katsoa, etteivät tulokset enää parane. Koska tulosten paraneminen on nopeinta algoritmin ensimmäisillä kierroksilla [24], on parempi tehdä useita kestoaltaan lyhyitä ajoja kuin vähäinen määrä pitkiä ajoja.

Tapauksien optimitulokset eli useamman ajon parhaat löydetty tulokset profiilitietoineen nähdään liitteen A taulukossa.

Taulukko 5.2: SHS-profilien valikoima

B ja H [mm]	t [mm]	B ja H [mm]	t [mm]
25	3	110	5
30	3	120	4
40	2	120	5
40	3	120	6
40	4	120	8
50	2	120	10
50	3	140	5
50	4	140	6
50	5	140	8
60	2	150	5
60	3	150	6
60	4	150	8
60	5	150	10
70	3	150	12.5
70	4	160	6
70	5	160	8
80	3	160	10
80	4	180	6
80	5	180	8
80	6	180	10
90	3	200	8
90	4	200	10
90	5	200	12.5
90	6	250	6
100	4	250	8
100	5	250	10
100	6	250	12.5
100	8	300	10
110	4	300	12.5

5.5.1 Muuttujavalintojen vaikutus tuloksiin

Tehtävän muotoilu ja etenkin muuttujien valinta vaikuttaa suuresti saavutettavaan tulokseen. Piirtämällä tuloksista kuva (kuva 5.12), joissa paras löydetty massa piirretään muuttujamäärän funktiona, huomataan, että tulokset pääsääntöisesti paranevat, kun muuttujien määrää lisätään. Esimerkiksi, kun topologiassa 1 kasvataan profiilimuuttujien määrä kolmesta kuuteen, on kolmella muuttujalla löydetty paras rakenne noin 5,4 prosenttia painavampi kuin kuudella muuttujalla löydetty. Sama taipumus huomataan topologian 2 osalta, mutta parannus on kymmenisen prosenttia, kun siirrytään neljästä profiilimuuttujasta kahteentoista. Merkillepantavaa kuitenkin on, että parannus seitsemästä profiilimuuttujasta kahteentoista on melko vähäinen, vain puolisen prosenttia.

Taulukko 5.3: Optimointiongelmat, rajoitusehdot ja muuttujamäärät

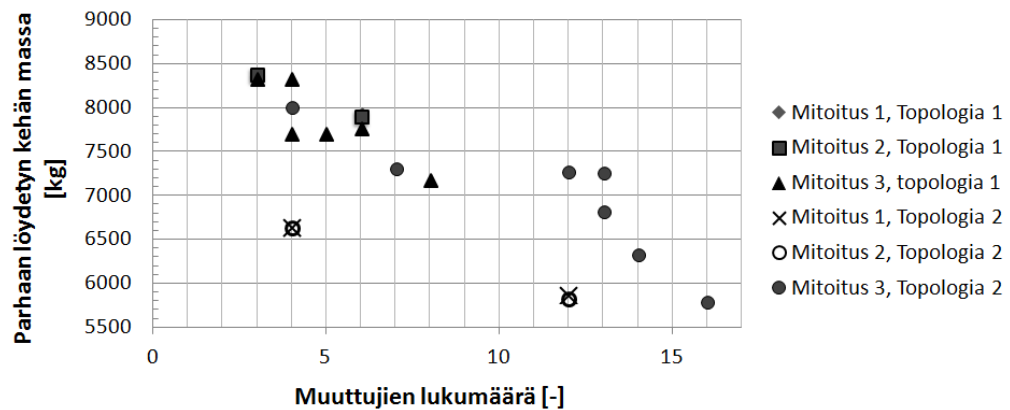
Ongelma	Topologia	Muuttujia tyypeittäin			Muuttujia yht.	Mitoitusmenettely
		Profili-	Muoto-	Liitos-		
1	1	3	0	0	3	1
2	1	3	0	0	3	2
3	1	3	0	0	3	3
4	1	3	0	1	4	3
5	1	3	1	0	4	3
6	1	3	1	1	5	3
7	1	6	0	0	6	1
8	1	6	0	0	6	2
9	1	6	0	0	6	3
10	1	6	1	1	8	3
11	2	4	0	0	4	1
12	2	4	0	0	4	2
13	2	4	0	0	4	3
14	2	7	0	0	7	3
15	2	12	0	0	12	1
16	2	12	0	0	12	2
17	2	12	0	0	12	3
18	2	12	1	0	13	3
19	2	12	0	1	13	3
20	2	12	1	1	14	3
21	2	12	1	3	16	3

Kulmamuuttujan lisääminen näyttäisi tuovan selvän vaikutuksen. Ilman kulma-muuttujaa paras löydetty rakenne on massaltaan topologian 1 tapauksessa 8 prosenttia suurempi ja topologian 2 tapauksessa 7 prosenttia suurempi. Sen sijaan alaliitoksen jäykkyyden tuominen muuttujaksi ei sanottavasti näytä parantavan tulosta kummassakaan topologiassa, ellei kulmaa lisätä samalla muuttujaksi. Kuitenkin huomattavaa on, ettei pääpalkin alaliitoksen otaksumalla vaikuta olevan merkitystä juuri lainkaan, sillä se eri tehtävissä arvoja, jotka vastaavat ideaalisen nivelistä liitosta ja toisinaan ideaalisen jäykkää liitosta. Kuitenkin alapuolisen rakenteen analysoinnin ja mitoituksen kannalta jokseenkin todellista liitosta vastaava kiinnittynäisyysasteen arvo olisi syytä olla käytössä.

Kun ongelmassa 21 lisätään vielä vaakapalkkien liitosten kiinnittynäisyysasteet mukaan tarkasteluun, kohdefunktio paranee huomattavasti. Tätä voidaan selittää kahdella seikalla. Ensinnäkin vapautetut liitosjäykkyydet kasvoivat ideaalisen nivelisestä kiinnittynäisyysasteen arvosta 0 arvoihin 0,87 ja 0,95. Kun standardin esittämä alaraja sivusiirtymättömälle rakenteelle ideaalisen jäykälle liitokselle on kappaleessa 2.4.6 esitetysti 0,89, voitaneen tulkita, että optimoinnin mielessä vaakapalkkien liitosten tulisi olla ideaalisen jäykkiä. Liitosjäykkyyksien kasvun myötä koko rakenteen

Taulukko 5.4: Eri ongelmiin käytetyt parvien koot ja kierrosmäärät

Ongelma	Parvi	Kierroksia	Evaluointeja
1-3	40	40	1600
4-5	50	50	2500
6	60	60	3600
7-9	70	70	4900
10	90	90	8100
11-13	50	50	2500
14	80	80	6400
15-17	100	100	10000
18-19	120	120	14400
20	130	130	16900
21	150	150	22500



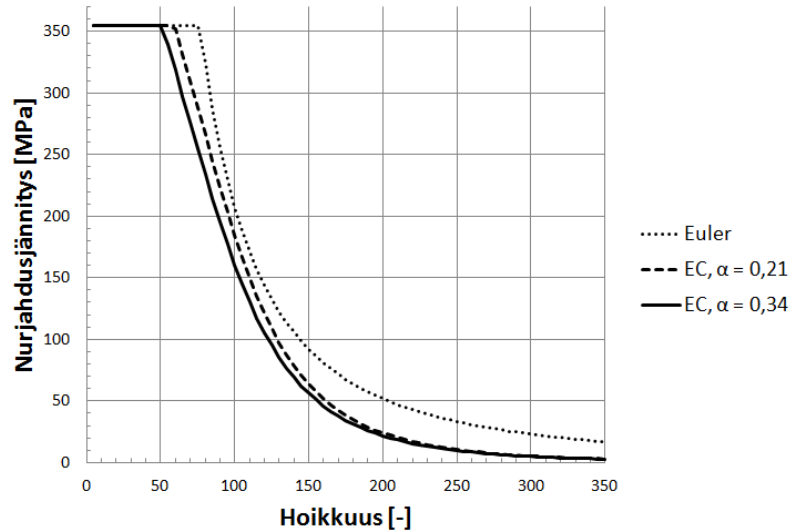
Kuva 5.12: Optimimassa muuttujien määrän funktiona

jäykkyys kasvaa ja stabiliteetti paranee. Toiseksi yksittäisten vaakapalkkien suurin momenttirasitus alenee nivelisen kiinnityksen muuttuessa jäykäksi. Merkillepantavaa on myös kulman hakeutuminen arvoon 34 astetta, kun se muissa tehtävissä hakeutui alarajalleen eli 21 asteeseen.

Myös mitoitusmenettelyllä on merkitystä. Kuvassa 5.13 nähdään nurjahduskäyrät Eulerin teorian mukaan ja Eurokoodin ennustamana kahdella eri epätarkkuustekijän α arvolla. Hoikkuuden ³ arvoilla 50-100 Eurokoodin kahden epätarkkuustekijän tarjoamat nurjahdusjännitykset eroavat toisistaan jonkin verran. Sen sijaan Eulerin teorian mukaan laskettu nurjahduskäyrä ennustaa jopa kaksinkertaisia nurjahduskestävyksiä Eurokoodiin verrattuna suurilla, noin 200:n, hoikkuuksilla.

Näin olisi luonnollista arvata etukäteen, että optimoinnissa Eurokoodin mukainen nurjahdustarkastelu tuottaisi jonkin verran suuremman kohdefunktion arvon kuin Eulerin teoriaan perustuva tarkastelu. Koska tulos ongelmissa 1 ja 2 on kuitenkin

³Hoikkuus määritellään kaavalla $\lambda = L_n/i$, missä λ on hoikkuusluku, L_n nurjahduspituus ja i poikkileikkauksen neliösäde suunnassa, jossa nurjahduksen oletetaan tapahtuvan



Kuva 5.13: Nurjahduskäyrät Eulerin teorian ja Eurokoodien mukaan terässauvalle, jonka myötölujuus f_y on 355 MPa

kin sama, ilmeisesti kuitenkin yksittäisten sauvojen nurjahdus ei olekaan aktiivinen rajoitusehto. Molemmissa tapauksissa lineaarisen stabiilisuusteorian mukainen kuormituskerroin olikin lähellä raja-arvoaan.

Kakkostopologian osalta vinosauvat lisäävät rakenteen jäykkyyttä, jolloin ilmeisestikään globaali stabiilisuus ei muodostu rajoittavaksi tekijäksi, vaan yksittäisten sauvojen nurjahdustarkastelu näyttäisi tuovan odotetun tuloksen: eurokoodin tarkastelu on vaativampi ja tuottaa yksinkertaisempia tarkasteluja suuremman kehän massan.

Taulukossa 5.5 nähdään massan jakautuminen rakenteen eri osiin eri ongelmien parhaissa löydettyissä ratkaisuissa. Suurten muuttujamäärien ongelmissa etenkin topologiassa 1 valtaosa massasta on pääpalkkeilla, kun taas topologiassa 2 osuus on selvästi pienempi. Vaihteluväli on kuitenkin suuri, sillä joissakin ongelmissa osuus on jopa alle puolet.

Myös massajakaumaa tarkastelemalla huomataan, että etenkin pisimpien eli eniten taivutusrasitettujen vaakapalkkien osuus vähenee ja pääpalkin lisääntyy, kun vaakapalkkien liitosjäykkyys otetaan mukaan tarkasteluun.

Vaikka kohdefunktiona ollut rakenteen massa paranee jopa huomattavasti siirryttäessä topologiaan kaksi, ei ole täysin selvää tapahtuuko näin myös rakennuskustannukselle. Topologiassa yksi on 12 pääpalkkia ja 12×5 eli 72 vaakapalkkia eli yhteensä 84 sauvamaista osaa. Topologiassa kaksi osia tulee lisää 12 kappaletta eli osien määrä kasvaa noin 14 %. Liitosdetaljit muuttuvat väistämättä monimutkaisemmiksi ja siten kalliimmiksi valmistaa. Jos tutkimuksissa todettu jakauma kustannusten muodostumisesta Suomessa pitää paikkansa ⁴ myös tälle rakenteelle, ei saavutettu etu

⁴Eli materiaalikustannus edustaisi noin kolmasosaa tyypillisen teräsrakenteen kustannuksesta

Taulukko 5.5: Massan jakautuminen eri osiin parhaissa löydettyissä ratkaisuissa

Ongelma	Pääpalkki [%]	Vaakapalkit [%]					Vinotuet [%]
		1	2	3	4	5	
1	69,4	8,8	7,9	5,5	5,2	3,3	-
2	69,4	8,8	7,9	5,5	5,2	3,3	-
3	71,7	8,8	6,4	5,5	4,2	3,3	-
4	71,7	8,8	6,4	5,5	4,2	3,3	-
5	68,1	9,5	7,8	6	5,1	3,5	-
6	68,1	9,5	7,8	6	5,1	3,5	-
7	73,3	9,3	8,3	4	3,4	1,8	-
8	73,5	9,3	8,4	4	3	1,8	-
9	76,9	8,5	6,9	3,6	2,7	1,6	-
10	73	10,2	8,3	3,9	2,9	1,7	-
11	46,7	13,4	10,9	8,4	7,2	5	8,3
12	46,7	13,4	10,9	8,4	7,2	5	8,3
13	62,4	9,2	7,5	5,7	4,9	3,4	6,8
14	68,3	10,1	8,2	4,3	3,7	2	3,6
15	52,8	15,2	12,4	7,8	4,1	2,8	4,8
16	53,1	15,3	12,4	7	4,1	2,8	4,5
17	68,7	10,1	8,2	4,3	3,3	2	3,6
18	64,3	11,9	8,8	6	3,5	2,1	3,4
19	68,8	10,1	8,2	4,3	3,3	2	3,5
20	59,1	14,1	9,4	6,5	4,3	2,3	4,6
21	61,4	11,3	9,2	5,4	6,1	2,7	4,1

materiaalimenekissä välttämättä kattaisi kasvanutta työkustannusta. Joka tapauksessa selvää on, että työn osuus topologian kaksi kaltaiselle rakenteelle on suurempi kuin topologialle yksi.

5.5.2 Tulosten laadun arvioiminen

Parhaiden löydettyjen pisteiden optimaalisuuden arvioimiseksi itse parveilualgoritmissa ei ole mitään sisäänrakennettua ominaisuutta klassisten menetelmien tapaan. Saaduista tuloksista ei siis tiedetä ovatko ne edes paikallisia minimejä saati globaaleja. Kuitenkin jokaisesta ongelmasta suoritettiin viisi ajoa. Vertailemalla kunkin ajon parasta ratkaisua ongelman parhaaseen löydettyyn ratkaisuun voidaan konvergoinnista päätellä jotakin. Jos erot ajojen välillä ovat suuria, intuitioon perustuen ajot ovat olleet liian lyhyitä ja niitä kannattaisi ehkä pidentää. Jos puolestaan vaikkapa kaikki ajot ovat päätyneet samaan ratkaisuun, voitaneen todeta, että ajot ovat olleet tarpeeksi pitkiä. Edelleen mitään matemaattisia takeita saadun ratkaisun optimaalisuudesta ei ole. Kuhunkin eri ongelmaan liittyvät luvut nähdään taulukossa 5.6.

Taulukko 5.6: Ajojen väliset suhteelliset erot eri ongelmissa

Ongelma	Keskimääräinen poikkeama parhaasta löydetyistä [%]	Keskihajonta [%]
1	0,9	1,32
2	0,6	1,35
3	0	0
4	0	0
5	0	0
6	0	0
7	0,83	0,8
8	1,12	0,91
9	0,78	0,62
10	0,26	0,24
11	1,63	1,6
12	3,07	2,1
13	0,48	0,55
14	0,89	0,85
15	2,35	2,41
16	1,43	0,99
17	1,54	1,53
18	0,67	0,77
19	0,48	0,5
20	6,8	4,04
21	3,9	3,15

Pienillä muuttujien määrällä hajonta oli pieni - ongelmassa 3-6 sama ratkaisu löytyi jokaisella ajolla - joten ilmeisesti menetelmä on konvergoinut melko hyvin. Samaa ei voida sanoa suurempien ajojen tuloksista, joissa hajontaa on jo joitakin prosentteja. Kuitenkaan ajojen kasvattaminen ei käytössä olleen ajan puitteissa ollut mielekäästä, joten näihin tuloksiin tyydyttiin. Joka tapauksessa kuitenkin saatiin suuremmalla muuttujamäärällä parempi paras löydetty tulos, joten vaikka ongelmien globaaleja optimeja ei välttämättä ole löydetty, on löydetty kuitenkin erittäin hyvä käypä ratkaisu.

Kuten edellä kappaleessa 3.1 on esitetty, optimaalisuuden matemaattinen todistaminen on tälle tehtävätyypille hankalaa. Pelkkiä diskreettejä muuttujia sisältävissä tapauksissa voitaisiin kuitenkin käydä läpi kaikki mahdolliset vaihtoehdot, jolloin saatu ratkaisu on vääjäämättä globaali optimi. Kuitenkin muuttujien määrän kasvassa tämä vaihtoehdon vaatima laskenta-aika kasvaa hyvin nopeasti vuosiin, kuten käy ilmi taulukosta 5.7, jossa on otaksuttu, että yhteen funktioevaluointiin kuluisi yksi sekunti.

Taulukko 5.7: Arvioituja laskenta-aikoja, jos kaikki diskreetin ongelman vaihtoehdot käytäisiin läpi

Ongelma	Muuttujia yht.	Vaihtoehdoja	Aika
1-3	3	148016	1,71 vuorokautta
11-13	4	8584928	99,4 vuorokautta
7-9	6	$2,888 \cdot 10^{10}$	915,8 vuotta
15-17	12	$1,0994 \cdot 10^{21}$	$3,4862 \cdot 10^{13}$ vuotta

Tietenkään aivan jokaisen vaihtoehdon rajoitusehtoja ei tarvitse evaluoida, jos kohdefunktio, jonka evaluointi käy tämän rakenteen osalta noin sekunnin sadasosassa, ei ole arvoltaan parempi kuin paras siihen asti löydetty käypä ratkaisu. Silti taatusti parhaan ratkaisun löytäminen veisi alle kymmenelläkin muuttujalla helposti viikkoja eli käytännön ongelman kokoluokassa kaikkien vaihtoehtojen läpi käyminen ei siis ole yleensä mahdollista.

Ongelmalle kolme tätäkin lähestymistapaa kokeiltiin ja huomattiin, että löydetty ratkaisu todellakin oli tehtävän globaali optimi. Varmistukseen kului kuitenkin pitkä aika jo tässä yksinkertaisimmassa tapauksessa eikä sitä näin ollen kokeiltu muihin ongelmiin.

Diskreetissä tehtävässä myöskään rajoitusehtojen arvoista on hankala tulkita milloin rajoitusehto on aktiivinen. Esimerkiksi taivutusvastus kasvaa melko isoin harppauksin, kun profilia kasvatetaan ⁵, jolloin periaatteessa hyppäys juuri epäkäyvästä käypään voi tuoda rajoitusehdon arvolle hyppäyksen epäkäyvästä arvosta $g = 0,05$ käypään arvoon $g = -0,25$. Jälkimmäisestä arvosta ei tulisi kovin helposti mieleen

⁵Esimerkiksi IPE-sarjassa keskimäärin noin 35 % askeleella

tulkita rajoitusehtoa aktiiviseksi. Näin ollen on jokseenkin turhaa selailla kestävyysrajoitusehtojen arvoja ja yrittää päätellä niistä mikä on rajoittava tekijä. Ehkäpä käyttämällä jonkinlaista jatkuviin muuttujiin perustuvaa formulointia tämä olisi mahdollista.

5.5.3 Herkkyystarkasteluja

Myöskään varsinaista herkkyystarkastelua ei voida suorittaa jatkuvamuuttujaisen tehtävän tapaan. Tässä tehtävässä on tyydytty tekemään ongelmalle 10 seuraavat lisäoptimoinnit seuraavissa tilanteissa:

- I. Ulkoiset kuormat alkuperäisiin nähden 0,7-kertaiset
- II. Ulkoiset kuormat 1,5-kertaiset
- III. Kehän mitat 0,8-kertaiset
- IV. Kehän mitat 1,25-kertaiset

Ajoja suoritettiin viisi samoilla kierros- ja yksilömäärillä kuin varsinaisessa ongelmassa. Tuloksena saadut muuttujien arvot nähdään taulukossa 5.8.

Taulukko 5.8: Parhaiden löydettyjen kattokehien suunnittelumuuttujien arvot, kun kuormia ja rakenteen mittoja on muuteltu

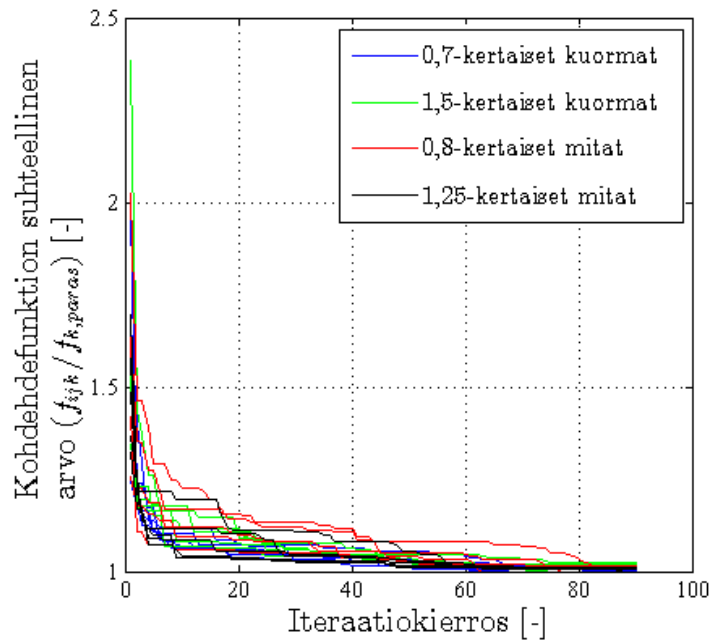
Ongelma	Pääpalkki	Vaakapalkit					Kulma [°]	Liitos	Massa
		1	2	3	4	5			
I	HEA200	90x 4	90x 4	70x 3	70x 3	60x 3	21	0,45	6138
II	HEA240	120x 4	120x 4	90x 3	90x 3	70x 3	21	0,68	8597,8
III	HEA180	80x 4	90x 3	70x 3	60x 3	60x 2	21	0,47	4132,9
IV	HEA260	110x 5	110x 5	100x 4	90x 3	80x 4	21	0,60	12281
10	HEA220	100x4	100x4	80x3	70x3	60x3	21	0,31	7173

Näin siis verrattuna ongelman kymmenen parhaaseen löydettyyn tulokseen kolmen kymmenen prosentin alentaminen kuormassa tarkoittaa noin 14 prosenttia pienempää kehän massaa ja puolitoistakertainen kuorma noin 20 prosenttia painavampaa kehää. Kehän koon muuttamisen merkitys massaahan on vielä suurempi. Mittojen vähentäminen 20 prosenttia keventää massaa 43 prosenttia ja mittojen kasvattaminen 1,25-kertaiseksi kasvattaa massaa 71 prosenttia.

Näistä ajoista laadittiin myös parhaan löydetyn ratkaisun kohdefunktion arvon kehittymistä kierroksittain. Nämä käyrät nähdään kuvassa 5.14. Käyrissä verrataan kutakin ajoa parhaaseen kyseisessä ongelmassa löydettyyn ratkaisuun kaavalla

$$\hat{f}_{ijk} = \frac{f_{ijk}}{f_{k,paras}}, \quad (5.6)$$

missä \hat{f}_{ijk} on suhteellinen kohdefunktion arvo ajossa i kierroksella j ongelmassa k , f_{ijk} paras tunnettu kohdefunktion arvo ajossa i kierroksella j ongelmassa k ja



Kuva 5.14: Kohdefunktion arvojen kehittyminen herkkyyystarkasteluongelmissa

$f_{k,paras}$ paras ongelmassa k löydetty kohdefunktion arvo. Käyristä nähdään menetelmälle tyypillinen ominaisuus, että kohdefunktion arvo paranee eniten ensimmäisillä kierroksilla, minkä jälkeen kehitys hidastuu. Ajon puolivälissä ollaan jo tilanteessa, jossa heikoimmatkin ajot ovat löytäneet maksimissaan viisi prosenttia heikomman tuloksen kuin paras löydetty tulos.

Ajojen kovergointia tarkasteltiin herkkyyystarkasteluajoille samaan tapaan kuin osiossa 5.5.2. Tulokset nähdään taulukossa 5.9. Hajonta on melko pientä, joten menetelmän voitaneen sanoa konvergoineen melko hyvin. Selvästi linjasta poikkeaa ongelma II, mutta siinäkin tapauksessa on löydetty keskimäärin vain 1,5 % parasta löydettyä huonompi tulos.

Taulukko 5.9: Ajojen väliset suhteelliset erot eri herkkyyystarkasteluongelmissa

Ongelma	Keskimääräinen poikkeama parhaasta löydetystä [%]	Keskihajonta [%]
I	0,24	0,33
II	1,48	0,96
III	0,66	0,69
IV	0,68	0,40

Massan jakautuma eri palkkien välille nähdään puolestaan taulukossa 5.10. Jakautumat ovat kaikille herkkyyystarkasteluongelmille hyvin saman tyyppisiä.

Taulukko 5.10: Massan jakautuminen eri osiin parhaissa löydettyissä herkkyystarkasteluongelmien ratkaisuisissa

Ongelma	Pääpalkki [%]	Vaakapalkit [%]				
		1	2	3	4	5
I	71,4	10,7	8,7	3,9	3,4	2,0
II	72,8	10,4	8,4	3,6	3,1	1,7
III	71,3	11,2	7,9	4,6	3,4	1,6
IV	71,9	10,2	8,3	4,7	2,7	2,2
10	73	10,2	8,3	3,9	2,9	1,7

5.6 Laskelmiin kulunut aika

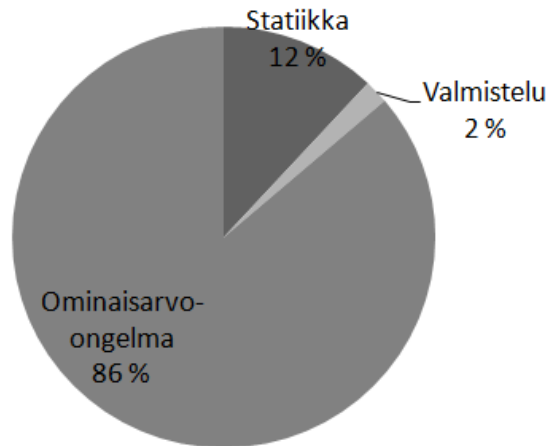
Vaativan numeerisen laskennan yhteydessä eräs menetelmän käyttökelpoisuuden mittari on laskelmiin kuluva aika. Jos se on liian pitkä, eivät mahdollisesti saavutettavat hyvät tuloksetkaan tee menetelmästä käyttökelposta.

Käytettäessä parveilualgoritmia ennalta määrätyllä kierrosmäärällä k^{max} voidaan yhteen optimointiajoon kuluva aikaa arvioida etukäteen, kunhan tiedetään yhteen kohdefunktion ja rajoitusehtofunktioiden evaluointiin kuluva aika t_e ja parven jäsenten lukumäärä n_j . Olettaen, että evaluointiin kuluva aika on kertaluokkaa suurempi kuin itse algoritmin vaatima aika esimerkiksi parven jäsenten uusien sijaintien laskemiseen, voidaan koko ajoon kuluva aikaa arvioida tulona

$$T = t_e n_j k^{max} . \quad (5.7)$$

Yksittäisen evaluoinnin vaatima aika t_e riippuu lähinnä FEM-mallin laskennallisesta vaativuudesta eli käytännössä vapausasteiden lukumäärästä ja kuormitustapauksen lukumäärästä, mutta ei lainkaan optimointiongelman muuttujien lukumäärästä tai vaativuudesta. Laskennassa tarvitaan statiikan ratkaisu kullekin kuormitustapaukselle, lineaarisen stabiilisuusteorian mukaisen ominaisarvo-ongelman ratkaisu kullekin kuormitustapaukselle sekä edellisten tuloksista laskettava suunnittelustandardien mukaisen kestävyuden tarkastus. Osoittautui, että ominaisarvo-ongelma vie FEM-koodissa selvästi eniten aikaa, kuten kuvasta 5.15 nähdään. Kestävyystarkastuksiin kuluva aika oli jotakuinkin samaa luokkaa kuin FEM-koodin valmistelun osuus.

Aika t_e vaihtelee myös tietokoneen nopeuden mukaan melko paljon. Eräiden käytössä olleiden tietokoneiden suoritusarvoja nähdään taulukossa 5.11. Moniytimisyys nopeuttaa laskentaa siis tuntuvasti, heikoin arvo saatiin Matlabin vanhalla versiolla, jossa ohjelma osaa käyttää vain yhtä ydintä kerrallaan. Myöskään parhaan tuloksen saavuttanut kahdeksanytiminen kone ei saa täyttä hyötyä niistä irti, sillä uudempikin Matlab tukee vain neljän ytimen rinnakkaisajoa. Tarkastelemalla muistin käyttöä ajojen aikana havaittiin, että lähellekään kaikkea muistia ei hyödynnetty



Kuva 5.15: Laskenta-ajan jakauma käytetyssä rakenneanalyysiohjelmassa.

Taulukko 5.11: Eri tietokoneilla yksittäiseen funktioevaluointiin kuluneita aikoja

Prossessorin kellotaajuus [GHz]	Ytimien määrä	Muistin määrä [GB]	Aika t_e [s]
2,41	2	2	15
2,53	4	3	4,5
1,86	2	4	9,8
3,4	8	16	3,6

millään koneella. Sen sijaan prosessorien suoritustaso oli hyvin lähellä maksimiaan koko laskennan ajan.

Kaikkiin tämän työn laskelmiin kulunutta aikaa ei varsinaisesti mitattu, mutta laskemalla yhteen funktioevaluoinnit taulukosta ja arvioimalla yhden kesto saadaan jonkinlainen arvio. Kun jokainen ongelma ajettiin läpi viisi kertaa, evaluointeja suoritettiin yhteensä 903500 kappaletta, mikä tarkoittaisi kokonaiskestona noin 42 vuorokautta, jos yksittäiseen evaluointiin menisi neljä sekuntia. Vaativimmalla ongelmalla laskenta-aika olisi tällöin noin viisi vuorokautta ja viisi tuntia (112500 evaluointia). Todellisuudessa useita ajoja oli käynnissä rinnakkain monella tietokoneella ja laskenta-aika siten tuntuvasti lyhyempi.

6. KEHITYSTARPEITA JA -EHDOTUKSIA

6.1 Topologian optimointi

Topologian optimointi on melko tuore kantavien rakenteiden optimoinnin osa-alue. Tässä esityksessä topologiavalinnat olivat ennalta määrättyjä ja niitä oli vain kaksi kappaletta. Käymällä läpi suurempi määrä topologioita mahdollisesti generoimalla niitä tietokoneohjelman avulla systemaattisesti lisää päästäisiin erittäin todennäköisesti parempaan tulokseen. Kuinka tämä toteutettaisiin, ei kuitenkaan ole täysin selvää. Topologian optimoinnin tunnetuimpia lähestymistapoja lienevät lähteminen perusrakenteesta, jossa solmupisteiden jokaiselle välille kuvitellaan sauva [46], jolloin topologiamuuttujina on kunkin sauvan osalta se, ovatko ne mukana vai eivätkö ne ole mukana rakenteessa, tai kokonaan materiaaalilla täytetystä suunnittelualueesta, josta materiaalia vähentämällä pikku hiljaa hahmottuu ristikontapainen piirros [10]. Ensin mainitusta nähdään yksinkertainen esimerkki myös kuvassa 6.1. Nämä lähestymistavat soveltuvat kuitenkin lähinnä taso-ongelmille. Nyt aidosti kolmiulotteisessa tapauksessa ne eivät sellaisenaan ole käyttökelpoisia.

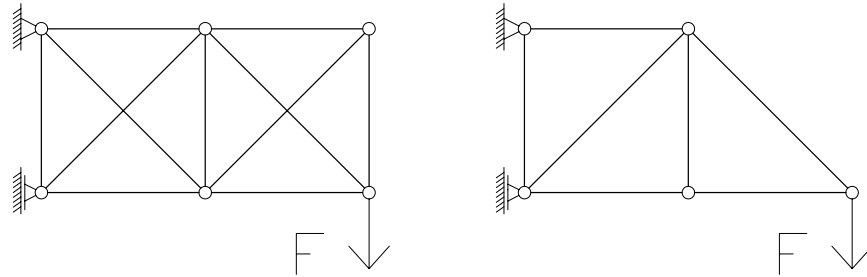
6.2 Alapuolisen rakenteen huomioon ottaminen ja momentti

Pyrittäessä kokonaisvaltaisesti edulliseen ja keveään rakenteeseen koko säiliön osalta, tulisi myös kattorakenteen alapuolinen rakenne ottaa mukaan tarkasteluun. Tarkastellussa esimerkkirakenteessa otaksuttaessa pääpalkkien alapäähän jäykkä liitos alapuolista rakennetta rasittaa taivutusmomentti. Jos siihen ei kohdisteta minkäänlaista rajoitusehtoa, se voi kasvaa optimoinnissa hyvinkin suureksi. Tämä taas lisää alapuolisen rakenteen momenttikestovaatimusta ja siten myös kustannuksia, eikä kokonaisuus ole välttämättä lainkaan paras mahdollinen.

Alapuolisen rakenteen jatkuessa esimerkiksi teräspilarein tai -kehänä, laajennus samaa optimointikoodia käyttäen olisi helppo toteuttaa. Jos kyseessä on kuorirakenne esimerkiksi teräsbetonista, pitäisi rakenneanalyysiä kehittää esimerkiksi lisäämällä analyysiohjelmaan kuorielementti.

6.3 Kohdefunktiovalinta

Käytössä ollut kohdefunktio on hyvin yksinkertainen. Se ottaa huomioon vain profiilien materiaalitulavuuden ja senkin melko karkeasti. Yleensä keveyden sijaan halu-



Kuva 6.1: Vasemmalla perusrakenne, oikealla eräs perusrakenteesta sauvoja poistamalla saatu esimerkkitopologia

taan mahdollisimman edullista rakennetta. Tätä varten kannattaisi ottaa kohdefunktioksi kustannus, jonka muotoilussa oleelliset kustannustekijät, kuten liitokset, pintakäsittely, asennus ja niin edelleen, olisi otettu huomioon, tuottaisi paremman työkalun eri rakennevaihtoehtojen keskinäiseen paremmuusjärjestykseen saattamiseen. Tällaisia kustannusfunktioita on esitelty ja käytetty esimerkiksi lähteissä [18, 24]

6.4 Mallinnusohjelmien hyödyntäminen

Nykyiset tietomalleja (building information model, BIM) hyödyntävät ohjelmat pysyvät mallintamaan liitokset, niiden vaatiman tilan, materiaalin, osien vaatimat leikkaukset ja niin edelleen, siten että rakenneosien tarkat konepajapiirustukset on mahdollista tehdä automaattisesti. Lisäksi ohjelmat tunnistavat mallin eri objektit esimerkiksi palkeiksi, joilla on tietty profiili, tai liitoscappaleiksi ja niin edelleen. Tällöin mallissa on mahdollista helposti muuttaa esimerkiksi pilarin profiilia, jolloin ohjelma itse sopeuttaa siinä olevat liitokset uuteen profiilivalintaan sopivaksi. Tällaisen mallinnusohjelman yhdistäminen esimerkiksi optimoinnin kustannusfunktion laskentaan toisi lisätarkkuutta. Lisäksi optimoinnin ollessa valmis, valmiit piirustukset rakentamista varten saisi hyvin helposti.

6.5 Yleiskäytöisyyden lisääminen

Poikkileikkausluokka 4 sivuutettiin tässä esityksessä laskennallisen hankaluutensa vuoksi. Kuitenkin poikkileikkausluokassa 4 on hoikkia ja siten etenkin taivutustehäviin soveltuvia profileja. Näiden tuominen mukaan mahdollisiksi profileiksi voisi

tuoda parannusta optimiratkaisuihin.

Vaikka nyt tehdyllä ohjelmalla pyrittiin yleiskäyttöisyyteen, joitakin tietoja, kuten vaikkapa osien nurjahduspituuksia tai kiepahduskuormia pitää syöttää käsin. Etenkin kiepahduskuorman laskenta johtaa jonkinasteiseen ylimitoitamiseen. Tämän ongelman ratkaisemiseksi olisi mahdollista käyttää esimerkiksi lähteen [8] 14 vapausasteen palkkielementtiä, joissa tavanomaisen 12-vapausteisen palkkielementin vapausasteiden lisäksi olisi mukana myös profiilin deplanaatiokulma. Tätä elementtiä ja lineaarista stabiilisuusteoriaa käyttäen olisi kiepahduskuorma mahdollista saada tarkemmin selville ja näin on tehty esimerkiksi diplomityössä [4]. Toki tällöinkin ongelmaksi muodostuu kuinka tunnistaa ohjelmallisesti ominaisvektoreista se, joka vastaa kiepahdusta.

6.6 Monitavoiteformulointi

Todellisessa suunnittelutilanteessa on yleensä useita tavoitteita. Tavoitteeksi voitaisiin esimerkiksi asettaa, että rakenteen pitäisi olla mahdollisimman edullinen, pitkäikäinen ja sen rakentamisen tulisi kuormittaa ympäristöä mahdollisimman vähän. Tällöin tehtävä voitaisiin formuloida monitavoitteisiksi optimointitehtäväksi ¹. Tällöin ratkaisuna saadaan ratkaisumenettelystä riippuen joukko *dominoimattomia* tai *pareto-optimaalisia* ratkaisuja, joista suunnittelija tai muu päätöksentekijä valitsee kulloiseenkin tilanteeseen parhaiten soveltuvan ratkaisun. Välttämättä aina rakennuskustannuksiltaan edullisin tai materiaalienekiltään vähäisin ratkaisu ei ole sellainen.

6.7 Liitokset

Liitosotaksumilla voi olla melko dramaattinen vaikutus rakenteen kestävyys, kuten huomattiin lisäämällä lasketaesimerkkiin liitosjäykkyys suunnittelumuuttujiksi. Toisaalta pääpalkin alapään liitoksen jäykkyyden merkitys osoittautui vähäiseksi. Liitosten toteutus myös vaikuttaa rakenteen rakennuskustannukseen merkittävästi. Yksinkertainen liitos sisältää vähän osia ja siten vähän työtä esimerkiksi hitsaamisen ja työstöjen muodossa ja voi siten alhaisemmasta jäykkyydestään huolimatta olla kokonaisuuden kannalta edullisempi kuin monimutkainen jäykkä liitos, jota hyödynnetessä valittavat sauvojen profiilit saataisiin keveämmiksi. Lisäksi pitäisi tietenkin tarkastella jäykkyyden lisäksi kestävyyttä. Joustavalla liitoksella täytyy olla riittävä muodonmuutoskyky ja jäykällä riittävä kestävyys voimaresultantteja vastaan.

¹Näin on ristikon osalta tehty muun muassa lähteissä [26] ja [7]

7. YHTEENVETO JA PÄÄTELMÄT

Työn tarkoituksena oli optimoida pyöreää kattokehää parveilualgoritmillä käyttäen rajoitusehtoina Eurokoodien vaatimuksia rakenteen lujuudelle ja stabiilisuudelle. Lisäksi käytössä olevat kuormitukset olivat todellisen suunnittelutilanteen lumi- ja tuulikuormia. Laskentaa varten laadittiin tietokoneohjelma, joka laadittiin Matlab-ohjelmointikielellä ja käyttämään soveltuvien osien ja tarpeen mukaan muokaten jo valmiiksi olemassa olevia Jussi Jalkasen kirjoittamia FEM-ratkaisijoita ja PSO-koodia.

Numeeristen esimerkkien osalta huomattiin, että optimoinnin hyödyntäminen suunnitteluprosessissa voi johtaa melko suuriin kevennyksiin verrattuna rakentamiseen, jonka suunnittelussa optimointimenetelmiä ei ole käytetty. Ennen kaikkea optimoinnin avulla erilaisten topologioiden ja geometrioiden vertailu helpottuu ja nopeutuu huomattavasti. Tarjousta annettaessa esisuunnittelussa teräsmäärän ja kokonaishinnan arviointi helpottuu.

Kuitenkin laskenta vie etenkin suurella muuttujamäärällä melko paljon aikaa järkevien tulosten saavuttamiseksi, joten laskentanopeuden lisääminen olisi tervetullut parannus. Lisää tehoa laskentaan voitaisiin saada tehokkaammilla tietokoneilla ja ohjelmilla, joiden tekemisessä myös tehokkuusnäkökohdat olisi otettu huomioon. Tässä työssä käytetty Matlab-ympäristöön rakennettu elementtimenetelmäratkaisija ja esikäsitteily ei voi kilpailla kaupallisten alan tuotteiden kanssa tehokkuudessa. Lisäksi laskukäytössä olleet koneet eivät olleet parhaita mahdollisia. Tietokonete-hon kasvaessa nopeasti lisätehoa saataisiin mukavasti jo pitämällä laitteisto ajan mukaisena.

Eräs optimoinnin haaste on oikeiden suunnittelumuuttujien valinta. Sopivilla muuttujavalinnoilla laskenta on nopeaa ja silti tulokset hyviä, kun taas huonot valinnat johtavat tehottomaan laskentaan. Varsinkaan yleisluontoisia sääntöjä tai ohjeita muuttujavalintaan on kuitenkin hankala antaa. Kuitenkin rakennetyyppeittäin voitaneen havaita joitakin säännönmukaisuuksia. Esimerkiksi käsiteltyssä rakenteessa muotomuuttujien ja tiettyjen liitosten jäykkyyden tuominen mukaan tehtävään toi mukanaan huomattavan parannuksen.

Valitulla mitoitusmenettelyllä on myös merkitystä. Työssä kokeiltiin kolmea eri mitoitusmenettelyä, joista Eurokoodin mukainen oli ainoa standardeihin perustuva ja kaksi muuta lähinnä lujuusopin peruskurssien tehtävistä johdettuja. Erot olivat verraten isoja standardiin perustuvan menettelyn ollessa ankarin. Vertailua esimer-

kiksi eri standardien mitoitusmenettelyihin ei kuitenkaan tehty.

Useissa suunnittelutilanteissa Eurokoodien mukainen tarkastus edellyttää myös palo- ja maanjäristystilanteiden huomioon ottamista. Molemmat ovat ohjelmoitavissa, mutta tässä esityksessä sivuutettu.

Toinen parannus olisi saattaa tuloksina saatavien profiili- ja liitosten paikkakordinaattitietojen tulostus muotoon, jota nykyiset mallinnusohjelmat ymmärtävät. Tällöin olisi mahdollista vähäisellä vaivalla suunnitella liitokset, laskea tarvittavat materiaalmäärät ja saada suoraan käteen tarvittavat rakennepiirrustukset, mikä nopeuttaisi koko suunnitteluprosessia huomattavasti.

Käytetty kohdefunktio on vaikkakin kehärakenteiden osalta toimivaksi todettu, melko suurpiirteinen. Se ei ota esimerkiksi liitosten vaatimuksia huomioon millään tavalla. Lisäksi rakenteen perustuksille tai optimoitavan rakenteen alapuolisille rakenteille välittyvät kuormat voivat tietyissä tapauksissa kasvaa hyvin suuriksi, vaikkakin samalla saatu optimirakenne on itsessään hyvä. Tämä voi kuitenkin johtaa tilanteeseen, joka ei rakennetta kokonaisuutena tarkastellessa välttämättä ole edullisin mahdollinen.

LÄHTEET

- [1] Rakennustekniikka 1/2010. Suomen rakennusinsinöörien liitto, 2010.
- [2] Rakennustekniikka nro 1 2012. Suomen rakennuslehti Oy, 2012.
- [3] American Institute of Steel Construction. *ANSI/AISC 360-10 Specification for Structural Steel Buildings*, 2010.
- [4] Arto Annala. Avoimen ohutseinämäisen sauvan stabiiliuden määrittäminen elementtimenetelmällä. Diplomityö, Tampereen teknillinen korkeakoulu, 1988.
- [5] J. S. Arora, S. Burns, ja M. W. Huang. Guide to structural optimization. Kirjassa J. S. Arora, toim., *ASCE Manual on Engineering Practice, No. 90*, ss. 1–23. American Society of Civil Engineers, Reston, VA, Yhdysvallat, 1997.
- [6] Jasbir S. Arora. *Introduction to Optimum Design*. McGraw-Hill, 1989.
- [7] B. Bailey ja A. Raich. Modeling of user design preferences in multiobjective optimization of roof trusses. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 26:584–596, 2012.
- [8] R. W. Barsoum ja R. H. Gallagher. Finite element analysis of torsional and torsional-flexural stability problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2:335–352, 1970.
- [9] Ashok D. Belegundu ja Tirupathi R. Chandrupatla. *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. Prentice Hall, 1999.
- [10] Martin P. Bendsøe ja Ole Sigmund. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. Springer Verlag, 2003.
- [11] N. Boissonnade, J. P. Jaspart, J. P. Muzeau, ja M. Villette. New interaction formulae for beam-columns in eurocode 3: the french-belgian approach. *Journal of Constructional Steel Research*, 60:421–431, 2005.
- [12] Karol Bzdawka ja Markku Heinisuo. *Optimization of Planar Tubular Truss with Eccentric Joint*. Tampere University of Technology, 2012. Research Report 157.
- [13] M. Z. Cohn. Theory and practice of structural optimization. *Structural Optimization*, 7:20–31, 1994.
- [14] Corus Construction ja industrial. *Structural Sections according to EN 19-57*. 2006. URL: http://www.uacg.bg/filebank/att_2106.pdf viitattu 11.2.2013.
- [15] Jose Luis da Silva, Liliana Marques, ja Joao Pedro Martins. Stability and design of thin-walled steel shells. Kirjassa *International Conference on Thin-Walled Structures 2011*, ss. 87–98, Timișoara, Romania, syyskuu 2011.

- [16] József Farkas. Experiences with the optimum design of steel structures. Kirjassa *Eurosteel 2011*, ss. 2313–2318, Budapest, Unkari, elo-syyskuu 2011.
- [17] R. Greiner ja J. Lindner. Interaction formulae for members subjected to bending and axial compression in eurocode 3 - the method 2 approach. *Journal of Constructional Steel Research*, 62:757–770, 2006.
- [18] Jaakko Haapio. *Feature-Based Costing Method for Skeletal Steel Structures based on the Process Approach*. Phd thesis, Tampere University of Technology, 2012.
- [19] Matti Hakala. *Lujuusopin elementtimenetelmä*. Otatieto, 1982.
- [20] Markku Heinisuo ja Jussi Jalkanen. Is the lightest steel structure also the most economic? Kirjassa R. Mäkinen, P. Neittaanmäki, T. Tuovinen, ja K. Valpe, toim., *Proceedings of the 10th Finnish Mechanics Days*, ss. 355–365, Jyväskylä, Finland, joulukuu 2009.
- [21] John Holland. *Evolution and artificial*. University of Michigan Press, 1975.
- [22] Jussi Jalkanen. Joustavasti tuettu tasopalkkielementti. *Rakenteiden mekaniikka*, 37:22–35, 2004.
- [23] Jussi Jalkanen. *Semi-Rigid Beam Element*. Julkaisematon raportti, 2005.
- [24] Jussi Jalkanen. *Tubular Truss Optimization Using Heuristic Algorithms*. väitöskirja, Tampereen teknillinen yliopisto, 2007.
- [25] James Kennedy ja Russell Eberhart. Particle swarm optimization. Kirjassa *IEEE International Conference on Neural Networks, Vol. 4*, ss. 1942–1948, 1995.
- [26] Juhani Koski. *Bicriterion Optimum Design Method for Elastic Trusses*. Väitöskirja, Tampere University of Technology, 1984.
- [27] Juhani Koski. Multicriterion structural optimization. Kirjassa H. Adeli, toim., *Advances in Design Optimization*, ss. 194–224. Chapman and Hall, 1994.
- [28] Z. Lounis ja M. Z. Cohn. Multiobjective optimization of prestressed concrete structures. *Journal of Structural Engineering*, 119:794–808, 1993.
- [29] David A. Nethercot. Steel research after ec3 and ec4. Kirjassa *EUROSTEEL 2011*, ss. 1–12, Budapest, Unkari, elo-syyskuu 2011.
- [30] L. Pavlovčič, A. Krajnc, ja D. Beg. Cost function analysis in the structural optimization of steel frames. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 28:286–295, 2004.
- [31] J. Michael Rotter. Challenges in the generalisation of structural buckling assessments to all structures and load cases. Kirjassa *International Conference on Thin-Walled Structures 2011*, ss. 71–86, Timișoara, Romania, syyskuu 2011.

- [32] Ruukki. *Rakennepuutket*. Rautaruukki Oyj, 2013.
- [33] Risto Saarni ja Timo Aalto. *Teräsrakentaminen*. Rakennustieto Oy, 1996.
- [34] Risto Sajaniemi. Rakenteiden suunnittelu ja optimointi. *Rakenteiden Mekaniikka*, 1:44–52, 1968.
- [35] Tapio Salmi. *Statiikan perusteet*. Pressus Oy, 2001.
- [36] Tapio Salmi ja Kai Kuula. *Rakenteiden mekaniikka*. Pressus Oy, 2012.
- [37] Kristina Shea ja Ian F. C. Smith. Improving full-scale transmission tower design through topology and shape optimization. *Journal of Structural Engineering*, 132:781–790, 2006.
- [38] H.H. Snijder, H.D. Boel, J.C.D. Hoenderkamp, ja R.C. Spoorenberg. Buckling length factors for welded lattice girders with hollow section braces and chords. Kirjassa *Eurosteel 2011*, Budapest, Unkari, elo-syyskuu 2011.
- [39] Standards Australia. *AS 4100 - Steel Structures*, 1998.
- [40] Suomen Standardisoimisliitto. *SFS EN-1990-1-1. Eurocode. Rakenteiden suunnittelu-perusteet*, 2003.
- [41] Suomen Standardisoimisliitto. *SFS EN-1991-1-3. Eurocode 1: Rakenteiden kuormat. Osa 1-3: Yleiset kuormat. Lumikuormat*, 2004.
- [42] Suomen Standardisoimisliitto. *SFS EN-1991-1-4. Eurocode 1: Rakenteiden kuormat. Osa 1-4: Yleiset kuormat. Tuulikuormat*, 2005.
- [43] Suomen Standardisoimisliitto. *EN-1993-1-1. Eurocode 3: Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt*, 2006.
- [44] Suomen Standardisoimisliitto. *SFS EN-1993-1-8. Eurocode 3: Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-8: Liitosten suunnittelu*, 2006.
- [45] Teemu Tiainen, Markku Heinisuo, Timo Jokinen, ja Mikko Salminen. Steel building optimization using meta-model technique. *Rakenteiden Mekaniikka*, 45:152–161, 2012.
- [46] Timo Turkkila. *Topology Optimization of Plane Frames with Stability Constraint*. väitöskirja, Tampereen teknillinen yliopisto, 2003.
- [47] Garret N. Vanderplaats. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. Vanderplaats Research & Development, 1999.
- [48] Lyubomir A. Zdravkov ja Tonja D. Dincheva. Design of self-supporting dome roofs. Kirjassa *EUROSTEEL 2011*, ss. 681–686, Budapest, Unkari, elo-syyskuu 2011.

LIITE 1

Ongelma	Pääpalkki	Vaaikapalkit					Vinotuet				Kulma [°]	Liitokset			Massa
		1	2	3	4	5	1	2	3	4		1	2	3	
1	IPE330	100x4	110x4	100x4	110x4	100x4	-	-	-	-	-	-	-	-	8373.4
2	IPE330	100x4	110x4	100x4	110x4	100x4	-	-	-	-	-	-	-	-	8373.4
3	HEA220	100x4	90x4	100x4	100x4	100x4	-	-	-	-	-	-	-	-	8321.7
4	HEA220	100x4	90x4	100x4	90x4	100x4	-	-	-	-	-	0 ^a	-	-	8321.7
5	HEA220	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	-	-	-	-	21	-	-	-	7696.1
6	HEA220	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	-	-	-	-	21	1 ^b	-	-	7696.1
7	IPE330	100x4	110x4	90x3	90x3	70x3	-	-	-	-	-	-	-	-	7930.2
8	IPE330	100x4	110x4	90x3	80x3	70x3	-	-	-	-	-	-	-	-	7898.5
9	HEA220	90x4	90x4	80x3	70x3	60x3	-	-	-	-	-	-	-	-	7762.2
10	HEA220	100x4	100x4	80x3	70x3	60x3	-	-	-	-	21	0,31	-	-	7173
11	IPE220	120x4	120x4	120x4	120x4	120x4	100x4	100x4	100x4	100x4	-	-	-	-	6635
12	IPE220	120x4	120x4	120x4	120x4	120x4	100x4	100x4	100x4	100x4	-	-	-	-	6635
13	HEA200	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	100x4	-	-	-	-	8007
14	HEA200	100x4	100x4	90x3	90x3	70x3	25x3	25x3	100x4	100x4	-	-	-	-	7309
15	IPE220	120x4	120x4	100x4	80x3	80x3	50x2	70x3	100x4	25x3	-	-	-	-	5865.7
16	IPE220	120x4	120x4	90x4	80x3	80x3	40x2	60x3	100x4	60x3	-	-	-	-	5832.6
17	HEA200	100x4	100x4	90x3	80x3	70x3	25x3	50x4	90x4	80x3	-	-	-	-	7267.8
18	HEA200	110x4	100x	90x4	80x3	70x3	25x3	50x3	100x4	40x2	21	-	-	-	6818.5
19	HEA200	100x4	100x4	90x3	80x3	70x3	25x3	60x3	90x4	80x3	-	0,83	-	-	7262.7
20	IPE270	120x4	100x4	90x4	90x3	70x3	25x3	70x3	90x4	80x5	21	0,02	-	-	6332.8
21	HEA160	90x4	90x4	90x3	90x4	60x4	25x3	60x2	110x4	50x2	34	0,03	0,95	0,87	5790.8

^aEri ajoissa arvoja välillä 0...0,52

^bEri ajoissa arvoja välillä 0,11...1